

Plaquette 2 – Boucles, compteurs et accumulateurs

Algorithmique et Python — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Boucle bornée. *for i in range(n):* répète n fois, i prenant les valeurs $0, 1, \dots, n - 1$. *range(a, b)* parcourt $a, \dots, b - 1$ et *range(a, b, c)* avance de c en c .

Boucle non bornée. *while condition:* répète **tant que** la condition est vraie. Le corps de la boucle doit faire évoluer la situation vers l'arrêt.

Compteur et accumulateur.

```
n = 0          # compteur, initialisé à 0
s = 0          # accumulateur de somme, initialisé à 0
p = 1          # accumulateur de produit, initialisé à 1
for k in range(1, 5):
    n = n + 1
    s = s + k
    p = p * k
```

Seuil d'une suite. Pour $u_{n+1} = q \times u_n$, on cherche le premier rang n tel que $u_n > S$:

```
u = u0
n = 0
while u <= S:
    u = q * u
    n = n + 1
```

$$u_n = u_0 \times q^n \quad \text{et} \quad u_n = u_0 + n \times r$$

Correction de l'exercice 1 - Dérouler une boucle bornée

a) *range(3)* donne les valeurs 0, 1, 2 : la boucle tourne 3 fois. À chaque tour, le capital est multiplié par 1,03, c'est-à-dire augmenté de 3 %.

b) On suit la variable c :

Tour	1	2	3
c	1030	1060,9	1092,727

Le programme affiche 1092.73. On retrouve la formule des intérêts composés :

$$1000 \times 1,03^3 \approx 1092,73$$

C'est le capital obtenu en plaçant 1000 € à 3 % par an pendant 3 ans.

Réponse. a) 3 fois, hausse de 3 % par tour — b) 1092.73.

Correction de l'exercice 2 - Un accumulateur de somme

a) *range(1, 11)* donne les entiers de 1 à 10 : la borne 11 est **exclue**.

b) À chaque tour, la valeur de k est ajoutée à s : s prend successivement les valeurs 1, 3, 6, 10, ... et finit à

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$$

Le programme affiche 55.

On initialise l'accumulateur à 0 parce que 0 ne change pas une somme. Pour un produit, on l'initialiserait à 1, qui ne change pas un produit.

Réponse. a) de 1 à 10 — b) 55.

Correction de l'exercice 3 - Le total des loyers

Les loyers forment une suite arithmétique de premier terme 200 et de raison 15 :

$$u_n = 200 + 15n$$

À chaque tour, la boucle **ajoute le loyer du mois** au total, puis calcule le loyer suivant. Elle tourne 12 fois, pour les loyers u_0 à u_{11} , de 200 € à $200 + 15 \times 11 = 365$ €.

À la fin, *total* vaut 3390 (et *u* vaut 380, le loyer du treizième mois, qui n'est pas compté).

Contrôle : $12 \times 200 = 2400$ € de base, plus $15 \times (0 + 1 + \dots + 11) = 15 \times 66 = 990$ € d'augmentations, soit 3390 €.

Réponse. 3390 €.

Correction de l'exercice 4 - Un accumulateur de produit

a) La boucle parcourt la liste des coefficients multiplicateurs et les multiplie un par un dans *p*, initialisé à 1 :

$$1 \times 1,1 \times 0,95 \times 1,08 = 1,1286$$

Le programme affiche 1.1286.

b) Le coefficient global vaut 1,1286, donc le taux d'évolution global est $1,1286 - 1 = 0,1286$, soit environ +12,86 %.

On retrouve la règle des évolutions successives : les coefficients se multiplient, les taux ne s'additionnent pas ($10 - 5 + 8 = 13$ % serait faux).

Réponse. a) 1.1286 — b) environ +12,86 %.

Correction de l'exercice 5 - Un stock qui diminue

a) *stock* est le nombre d'articles en stock, qui diminue de 35 par jour ; *jours* est un **compteur** de jours.

b) On déroule la boucle tant que le stock est d'au moins 300 :

jours	0	1	2	3	4	5	6
stock	500	465	430	395	360	325	290

Quand le stock vaut 290, la condition $290 \geq 300$ est fausse et la boucle s'arrête. Le programme affiche 6 290.

Il faut 6 jours pour que le stock passe sous 300 articles. On le retrouve par le calcul :

$$500 - 35n < 300 \Leftrightarrow n > \frac{200}{35} \approx 5,7$$

Réponse. b) 6 290 : le stock passe sous 300 au bout de 6 jours.

Correction de l'exercice 6 - Le seuil de 2 000 abonnés

Le nombre d'abonnés suit une suite géométrique de raison 1,08 : $a_n = 1200 \times 1,08^n$. On multiplie par 1,08 tant que le seuil n'est pas dépassé, en comptant les mois :

```

a = 1200
n = 0
while a <= 2000:
    a = a * 1.08
    n = n + 1
print(n)

```

Le programme affiche 7. Contrôle :

$$1200 \times 1,08^6 \approx 1904,25 \quad 1200 \times 1,08^7 \approx 2056,59$$

Le seuil de 2000 abonnés est dépassé au bout de 7 mois.

Réponse. Au bout de 7 mois.

Correction de l'exercice 7 - Une valeur qui baisse sous un seuil

Perdre 15 %, c'est multiplier par 0,85. On répète tant que la valeur est au moins égale à 10 000 :

```

v = 22000
n = 0
while v >= 10000:
    v = v * 0.85
    n = n + 1

```

À la fin, n vaut 5 et v environ 9761,52. Contrôle :

$$22\,000 \times 0,85^4 \approx 11\,484 \quad 22\,000 \times 0,85^5 \approx 9762$$

La valeur passe sous 10 000 € au bout de 5 ans.

Réponse. Condition $v \geq 10000$, instruction $v = v * 0.85$; 5 ans.

Correction de l'exercice 8 - Comparer deux évolutions de salaire

Le salaire A suit une suite arithmétique, le salaire B une suite géométrique :

$$A_n = 2000 + 50n \quad B_n = 1900 \times 1,04^n$$

La boucle avance d'une année tant que B ne dépasse pas A.

n	0	1	2	3	4
A	2000	2050	2100	2150	2200
B	1900	1976	2055,04	2137,24	2222,73

Le programme affiche 4 : à partir de la quatrième année, le contrat B rapporte plus que le contrat A. Une croissance en pourcentage finit toujours par dépasser une croissance d'un montant fixe.

Réponse. 4 : B dépasse A à partir de la quatrième année.

Correction de l'exercice 9 - Cumuler des versements croissants

Les versements forment une suite géométrique $v_n = 1000 \times 1,03^n$. On accumule les six premiers termes :

```

v = 1000
total = 0
for k in range(6):
    total = total + v
    v = v * 1.03

```

```
print(round(total, 2))
```

Le programme affiche *6468.41*.

$$1000 + 1030 + 1060,90 + 1092,73 + 1125,51 + 1159,27 \approx 6468,41$$

En Première, on calcule ce type de somme avec un algorithme ; la formule de somme des termes d'une suite géométrique sera vue plus tard.

Réponse. Environ 6468,41 €.

Correction de l'exercice 10 - Un tableau de valeurs

a) La boucle parcourt les entiers de 0 à 6 et affiche chaque nombre avec son image :

x	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	5	0	-3	-4	-3	0	5

b) Les images sont symétriques autour de $x = 3$: la parabole a pour axe de symétrie la droite d'équation $x = 3$ et pour sommet le point $(3; -4)$, un minimum. Les racines se lisent aussi dans le tableau :

$$f(1) = 0 \quad f(5) = 0$$

donc $f(x) = (x - 1)(x - 5)$, ce qui se vérifie en développant.

Réponse. a) 5 ; 0 ; -3 ; -4 ; -3 ; 0 ; 5 — b) sommet (3; -4), racines 1 et 5.

Correction de l'exercice 11 - Encadrer une racine par balayage

a) Le programme part de $x = 1$ et avance de 0,01 en 0,01 tant que $x^2 - 2$ est négatif. Il s'arrête au premier x pour lequel $x^2 - 2 \geq 0$: c'est un **balayage** pour approcher la racine positive de

$$x^2 - 2 = 0$$

b) Le programme s'arrête à 1,42 : $1,42^2 - 2 = 0,0164 > 0$, alors que $1,41^2 - 2 = -0,0119 < 0$. La racine, $\sqrt{2}$, est donc comprise entre 1,41 et 1,42.

On arrondit l'affichage car l'ajout répété de 0,01 crée de petites erreurs d'arrondi machine.

Réponse. a) la racine positive de $x^2 - 2$ — b) elle est entre 1,41 et 1,42.

Correction de l'exercice 12 - Une boucle qui ne s'arrête pas

L'erreur. Le stock **augmente** de 35 à chaque tour au lieu de diminuer : il vaut 535, 570, 605... La condition $stock \geq 300$ reste toujours vraie, et la boucle *while* ne s'arrête jamais. C'est une **boucle infinie**.

La correction. Il faut retirer 35 à chaque tour :

```
stock = stock - 35
```

La boucle s'arrête alors au bout de 6 tours, avec un stock de 290 :

$$500 - 35 \times 6 = 290 < 300$$

À retenir. Dans une boucle *while*, le corps doit faire évoluer la variable testée **vers** la sortie de boucle.

Réponse. Le stock augmente au lieu de diminuer : écrire $stock = stock - 35$.

Correction de l'exercice 13 - Intérêts simples et composés

c_s augmente chaque année de $5000 \times 0,04 = 200$ € : ce sont des **intérêts simples**, calculés sur le capital de départ (suite arithmétique). c_i est multiplié par 1,04 chaque année : ce sont des **intérêts composés** (suite géométrique).

Après 10 ans :

$$c_s = 5000 + 10 \times 200 = 7000 \quad c_i = 5000 \times 1,04^{10} \approx 7401,22$$

Le programme affiche *7000.0 7401.22*. Les intérêts composés rapportent environ 401 € de plus, car les intérêts déjà gagnés produisent à leur tour des intérêts.

Réponse. *7000.0 7401.22*.

Correction de l'exercice 14 - Avancer de deux en deux

`range(2, 11, 2)` part de 2 et avance de 2 en 2 tant que l'on reste strictement sous 11 : k prend les valeurs 2, 4, 6, 8, 10.

L'accumulateur `s` cumule ces valeurs :

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

Le programme affiche 30. C'est la somme des cinq premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison 2.

Réponse. k : 2, 4, 6, 8, 10 ; affichage 30.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : un plan d'épargne

a) On applique la relation de récurrence 12 fois :

```
c = 0
for m in range(12):
    c = c * 1.005 + 100
print(round(c, 2))
```

Le programme affiche *1233.56* : après un an, le capital est d'environ 1233,56 €, dont 1200 € versés et 33,56 € d'intérêts.

b) On compte les mois tant que le capital est inférieur à 2000 € :

```
c = 0
m = 0
while c < 2000:
    c = c * 1.005 + 100
    m = m + 1
print(m)
```

Le programme affiche *20* : le capital dépasse 2000 € au bout de 20 mois (environ 2097,91 €).

c) Ni l'un ni l'autre : on multiplie par 1,005 **puis** on ajoute 100. Les écarts $c_1 - c_0 = 100$ et $c_2 - c_1 = 100,5$ ne sont pas constants, et le quotient $\frac{c_1}{c_0}$ n'existe même pas. Le programme permet d'étudier une suite pour laquelle on n'a pas de formule explicite.

Réponse. a) environ 1233,56 € — b) 20 mois — c) ni arithmétique ni géométrique.