

Plaquette 5 - Optimiser une production

Dérivation et variations — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Le vocabulaire économique.

Grandeur	Formule
recette	$R(x) = p \times x$
bénéfice	$B(x) = R(x) - C(x)$
coût moyen	$CM(x) = \frac{C(x)}{x}$
coût marginal	$C'(x)$
seuil de rentabilité	la plus petite x telle que $B(x) \geq 0$

La méthode d'optimisation.

Étape	Ce qu'on fait
1	écrire la fonction à optimiser
2	la dériver
3	résoudre l'équation dérivée = 0
4	étudier le signe de la dérivée
5	conclure et calculer la valeur optimale

Deux résultats utiles.

Le coût marginal approche le coût de l'unité suivante :

$$C'(x) \approx C(x+1) - C(x)$$

Au minimum du coût moyen, coût marginal et coût moyen sont **égaux**.

Le prix optimal. Si la demande est $q(p) = a - bp$, la recette est :

$$R(p) = p \times (a - bp) = ap - bp^2$$

△ Maximiser la **recette** n'est pas maximiser le **bénéfice** : le coût n'intervient pas dans la première.

△ Une solution négative ou non entière doit être discutée : on ne produit pas -3 articles.

Correction de l'exercice 1 - Maximiser une recette

a) **Distribution** : $200x - 2x^2$ ✓

— **Expression** :

$$R(x) = -2x^2 + 200x$$

— **Nature** : une parabole tournée vers le bas ✓

b) **Dérivée** : $R'(x) = -4x + 200$ ✓

— **Annulation** : $-4x + 200 = 0$ ✓

— **Solution** :

$$x = 50 \text{ unités}$$

— **Signe avant 50** : positif ✓

— **Contrôle** : $R'(20) = 120$ ✓

— **Signe après 50** : négatif ✓

— **Contrôle** : $R'(80) = -120$ ✓

— **Nature** : un **maximum** ✓

c) **Image** : $50 \times (200 - 100)$ ✓

— **Parenthèse** : 100 ✓

— **Produit** :

$$R(50) = 5000 \text{ €}$$

— **Contrôle** : $R(40) = 40 \times 120 = 4800 \text{ €}$ ✓

— **Contrôle** : $R(60) = 60 \times 80 = 4800 \text{ €}$ ✓

— **Confirmation du maximum** ✓

— **Interprétation du facteur** $200 - 2x$: le prix unitaire ✓

— **Prix optimal** : 100 € ✓

— **Lecture** : vendre plus cher fait chuter les ventes ✓

Réponse. a) $-2x^2 + 200x$ · b) 50 unités · c) 5000 €.

Correction de l'exercice 2 - Maximiser un bénéfice

a) **Recette** : $80x$ ✓

— **Bénéfice** : recette moins coût ✓

— **Calcul** : $80x - x^2 - 20x - 500$ ✓

— **Attention aux signes** : tout le coût est soustrait ✓

— **Réduction** :

$$B(x) = -x^2 + 60x - 500$$

b) **Dérivée** : $B'(x) = -2x + 60$ ✓

— **Annulation** : $-2x + 60 = 0$ ✓

— **Solution** :

$$x = 30 \text{ unités}$$

— **Signe avant 30** : positif ✓

— **Contrôle** : $B'(10) = 40$ ✓

— **Signe après 30** : négatif ✓

— **Contrôle** : $B'(40) = -20$ ✓

— **Nature** : un **maximum** ✓

— **Image** : $-900 + 1800 - 500$ ✓

— **Valeur** :

$$B(30) = 400 \text{ €}$$

— **Contrôle** : $B(20) = -400 + 1200 - 500 = 300 \text{ €}$ ✓

— **Contrôle** : $B(40) = -1600 + 2400 - 500 = 300 \text{ €}$ ✓

— **Confirmation** ✓

— **Contrôle par la recette** : $80 \times 30 = 2400 \text{ €}$ ✓

— **Coût** : $900 + 600 + 500 = 2000 \text{ €}$ ✓

— **Différence** : 400 € ✓

Réponse. a) $B(x) = -x^2 + 60x - 500$ · b) 30 unités, bénéfice 400 €.

Correction de l'exercice 3 - Les seuils de rentabilité

— **Condition** : $B(x) \geq 0$ ✓

— **Équation associée** : $-x^2 + 60x - 500 = 0$ ✓

— **Multipliation par -1** : $x^2 - 60x + 500 = 0$ ✓

— **Discriminant** : $3600 - 2000$ ✓

— **Valeur** : $\Delta = 1600$ ✓

— **Racine carrée** : 40 ✓

— **Première racine** : $\frac{60 - 40}{2}$ ✓

— **Valeur** : 10 ✓

— **Seconde racine** : $\frac{60 + 40}{2}$ ✓

— **Valeur** : 50 ✓

— **Signe du trinôme B** : $a = -1 < 0$ ✓

— **Règle** : positif **entre** les racines ✓

— **Conclusion** :

$$10 \leq x \leq 50$$

— **Interprétation** : produire moins de 10 unités est déficitaire ✓

— **Et au-delà de 50** : déficitaire aussi ✓

— **Explication** : les coûts croissent plus vite que la recette ✓

— **Contrôle** : $B(10) = -100 + 600 - 500 = 0$ ✓

— **Contrôle** : $B(50) = -2500 + 3000 - 500 = 0$ ✓

— **Contrôle** : $B(5) = -25 + 300 - 500 = -225 \text{ €}$ ✓

— **Cohérence avec le maximum** : 30 est bien entre 10 et 50 ✓

Réponse. Entre 10 et 50 unités.

Correction de l'exercice 4 - Minimiser un coût moyen

a) **Dérivée du terme affine** : $0,5$ ✓

— **Dérivée de la constante** : 0 ✓

— **Dérivée du terme inverse** : $-\frac{200}{x^2}$ ✓

— **Dérivée** :

$$CM'(x) = 0,5 - \frac{200}{x^2}$$

b) **Annulation** : $\frac{200}{x^2} = 0,5$ ✓

— **Produit en croix** : $200 = 0,5x^2$ ✓

— **Division** : $x^2 = 400$ ✓

— **Solutions** : 20 et -20 ✓

— **On ne garde que** : $x = 20$ ✓

— **Raison** : la production est positive ✓

— **Signe avant 20** : $CM'(10) = 0,5 - 2 = -1,5$, négatif ✓

- **Signe après 20** : $CM'(40) = 0,5 - 0,125 = 0,375$, positif ✓
- **Nature** : un **minimum** ✓
- **Image** : $10 + 40 + 10$ ✓
- **Valeur** :

$$CM(20) = 60 \text{ €}$$

- **Contrôle** : $CM(10) = 5 + 40 + 20 = 65 \text{ €}$ ✓
- **Contrôle** : $CM(40) = 20 + 40 + 5 = 65 \text{ €}$ ✓
- **Confirmation** ✓
- **Équilibre au minimum** : $0,5x = \frac{200}{x}$ ✓

Réponse. a) $0,5 - \frac{200}{x^2}$ · b) 20 unités, coût moyen 60 €.

Correction de l'exercice 5 - Coût marginal et coût moyen

a) **Coût moyen** : $\frac{C(x)}{x}$ ✓

- **Séparation des termes** :

$$CM(x) = 0,5x + 40 + \frac{200}{x}$$

- **Coût marginal** : la dérivée de C ✓
- **Calcul** :

$$C'(x) = x + 40$$

b) **Coût marginal en 20** : $20 + 40$ ✓

- **Valeur** : 60 € ✓
- **Coût total en 20** : $200 + 800 + 200$ ✓
- **Valeur** : 1200 € ✓
- **Coût moyen** : $\frac{1200}{20}$ ✓
- **Valeur** :

$$60 \text{ €}$$

c) **Constat** : les deux sont **égaux** ✓

- **Rapprochement** : 20 est le minimum du coût moyen ✓
- **Règle générale** : au minimum du coût moyen, il est égal au coût marginal ✓
- **Contrôle en** $x = 10$: coût marginal 50 € ✓
- **Coût moyen** : $5 + 40 + 20 = 65 \text{ €}$ ✓
- **Comparaison** : le marginal est **en dessous** ✓
- **Conséquence** : produire une unité de plus fait baisser la moyenne ✓
- **Contrôle en** $x = 40$: coût marginal 80 € ✓
- **Coût moyen** : $20 + 40 + 5 = 65 \text{ €}$ ✓
- **Comparaison** : le marginal est **au-dessus** ✓
- **Conséquence** : la moyenne remonte ✓

Réponse. a) $0,5x + 40 + \frac{200}{x}$ et $x + 40$ · b) tous deux 60 € · c) ils sont égaux au minimum du coût moyen.

Correction de l'exercice 6 - Choisir un prix de vente

a) **Recette** : prix multiplié par quantité ✓

— **Produit** : $p(1200 - 20p)$ ✓

— **Développement** :

$$R(p) = -20p^2 + 1200p$$

b) **Dérivée** : $R'(p) = -40p + 1200$ ✓

— **Annulation** : $-40p + 1200 = 0$ ✓

— **Solution** :

$$p = 30 \text{ €}$$

— **Signe avant 30** : positif ✓

— **Contrôle** : $R'(20) = 400$ ✓

— **Signe après 30** : négatif ✓

— **Contrôle** : $R'(40) = -400$ ✓

— **Nature** : un **maximum** ✓

c) **Quantité** : $1200 - 600$ ✓

— **Valeur** : 600 articles ✓

— **Recette** : 30×600 ✓

— **Valeur** :

$$18\,000 \text{ €}$$

— **Contrôle** : $R(25) = 25 \times 700 = 17\,500 \text{ €}$ ✓

— **Contrôle** : $R(35) = 35 \times 500 = 17\,500 \text{ €}$ ✓

— **Confirmation du maximum** ✓

— **Prix maximal acceptable** : $q(p) = 0$ ✓

— **Valeur** : 60 € ✓

— **Interprétation** : au-delà, plus personne n'achète ✓

Réponse. a) $R(p) = -20p^2 + 1200p$ · b) 30 € · c) 600 articles, 18 000 €.

Correction de l'exercice 7 - Un bénéfice de degré 3

a) **Terme en x^3** : $-3x^2$ ✓

— **Terme en x^2** : $30x$ ✓

— **Terme en x** : -48 ✓

— **Dérivée** :

$$B'(x) = -3x^2 + 30x - 48$$

— **Facteur commun** : -3 ✓

— **Écriture** : $-3(x^2 - 10x + 16)$ ✓

— **Racines** : 2 et 8 ✓

— **Contrôle du produit** : $2 \times 8 = 16$ ✓

— **Contrôle de la somme** : $2 + 8 = 10$ ✓

— **Forme factorisée** :

$$B'(x) = -3(x - 2)(x - 8)$$

b) **Signe** : négatif à l'extérieur, positif entre ✓

— **Raison** : le coefficient dominant est négatif ✓

— **En $x = 2$** : passage de $-$ à $+$ ✓

— **Nature** : un **minimum local** ✓

— **Image** : $-8 + 60 - 96 + 100$ ✓

— **Valeur** :

$$B(2) = 56$$

— **En** $x = 8$: passage de $+$ à $-$ ✓

— **Nature** : un **maximum local** ✓

— **Image** : $-512 + 960 - 384 + 100$ ✓

— **Valeur** :

$$B(8) = 164$$

— **Valeur en** $x = 0$: 100 ✓

— **Valeur en** $x = 10$: $-1000 + 1500 - 480 + 100 = 120$ ✓

— **Maximum sur l'intervalle** : 164, en $x = 8$ ✓

— **Interprétation** : produire 80 unités ✓

Réponse. a) $-3(x-2)(x-8)$ · b) minimum local 56 en $x = 2$, maximum 164 en $x = 8$.

Correction de l'exercice 8 - Recette ou bénéfice ?

a) **Dérivée** : $R'(x) = -4x + 200$ ✓

— **Annulation** : $x = 50$ ✓

— **Recette** :

$$R(50) = 5000 \text{ €}$$

b) **Bénéfice** : $-2x^2 + 200x - 40x - 600$ ✓

— **Réduction** :

$$B(x) = -2x^2 + 160x - 600$$

— **Dérivée** : $B'(x) = -4x + 160$ ✓

— **Annulation** : $-4x + 160 = 0$ ✓

— **Solution** :

$$x = 40 \text{ unités}$$

— **Image** : $-3200 + 6400 - 600$ ✓

— **Valeur** : 2600 € ✓

c) **Écart** : 10 unités ✓

— **Sens de l'écart** : le bénéfice est maximal **avant** la recette ✓

— **Explication** : chaque unité supplémentaire coûte 40 € ✓

— **Bénéfice en** $x = 50$: $-5000 + 8000 - 600$ ✓

— **Valeur** : 2400 € ✓

— **Comparaison** : $2400 < 2600$ ✓

— **Perte en visant la recette maximale** : 200 € ✓

— **Leçon** : vendre plus n'est pas gagner plus ✓

— **Contrôle** : $B(35) = -2450 + 5600 - 600 = 2550$ € ✓

— **Contrôle** : $B(45) = -4050 + 7200 - 600 = 2550$ € ✓

— **Confirmation du maximum en 40** ✓

Réponse. a) 50 unités · b) 40 unités · c) le bénéfice culmine avant la recette, à cause du coût variable.

Correction de l'exercice 9 - Une contrainte de capacité

a) **Dérivée** : $B'(x) = -0,5x + 30$ ✓

— **Annulation** : $-0,5x + 30 = 0$ ✓

— **Solution** :

$$x = 60 \text{ unités}$$

— **Nature** : un maximum ✓

— **Justification** : $a = -0,25 < 0$ ✓

— **Bénéfice correspondant** : $-900 + 1800 - 200$ ✓

— **Valeur** : 700 € ✓

b) **Contrainte** : $x \leq 50$ ✓

— **Position** : $50 < 60$ ✓

— **Conséquence** : le maximum n'est pas atteignable ✓

— **Signe de B' sur $[0; 50]$** : positif ✓

— **Contrôle** : $B'(50) = -25 + 30 = 5$ ✓

— **Variations** : B est croissante sur tout l'intervalle ✓

— **Optimum réel** :

$$x = 50 \text{ unités}$$

— **Bénéfice** : $-625 + 1500 - 200$ ✓

— **Valeur** :

$$675 \text{ €}$$

— **Manque à gagner** : 25 € ✓

— **Leçon** : sur un intervalle fermé, l'optimum peut être une **borne** ✓

— **Contrôle** : $B(45) = -506,25 + 1350 - 200 = 643,75$ € ✓

— **Confirmation** : la fonction monte encore jusqu'à 50 ✓

Réponse. a) 60 unités (700 €) · b) 50 unités, soit 675 €.

Correction de l'exercice 10 - Un enclos rectangulaire

a) **Périmètre** : $2(\text{longueur} + \text{largeur}) = 80$ ✓

— **Somme des deux dimensions** : 40 ✓

— **Longueur** : $40 - x$ ✓

— **Aire** : $x(40 - x)$ ✓

— **Développement** :

$$A(x) = -x^2 + 40x$$

— **Domaine** : $0 < x < 40$ ✓

b) **Dérivée** : $A'(x) = -2x + 40$ ✓

— **Annulation** : $-2x + 40 = 0$ ✓

— **Solution** :

$$x = 20 \text{ m}$$

— **Signe avant 20** : positif ✓

— **Contrôle** : $A'(10) = 20$ ✓

— **Signe après 20** : négatif ✓

— **Contrôle** : $A'(30) = -20$ ✓

- **Nature** : un **maximum** ✓
- **Longueur** : $40 - 20 = 20$ m ✓
- **Forme obtenue** : un **carré** ✓
- **Aire** :

$$400 \text{ m}^2$$

- **Contrôle** : $A(15) = 15 \times 25 = 375 \text{ m}^2$ ✓
- **Contrôle** : $A(25) = 25 \times 15 = 375 \text{ m}^2$ ✓
- **Confirmation** ✓
- **Règle à retenir** : à périmètre fixé, le carré maximise l'aire ✓

Réponse. a) $A(x) = -x^2 + 40x$ · b) un carré de 20 m de côté, aire 400 m^2 .

Correction de l'exercice 11 - Un coût marginal croissant

- a) **Terme en x^3** : $0,3x^2$ ✓
- **Terme en x^2** : $-12x$ ✓
 - **Terme en x** : 150 ✓
 - **Charges fixes** : elles disparaissent ✓
 - **Coût marginal** :

$$C'(x) = 0,3x^2 - 12x + 150$$

- b) **On dérive à nouveau** ✓
- **Dérivée du coût marginal** : $0,6x - 12$ ✓
 - **Annulation** : $0,6x - 12 = 0$ ✓
 - **Solution** :

$$x = 20 \text{ unités}$$

- **Signe avant 20** : négatif ✓
- **Signe après 20** : positif ✓
- **Nature** : un **minimum** du coût marginal ✓
- **Valeur** : $0,3 \times 400 - 240 + 150$ ✓
- **Premier terme** : 120 ✓
- **Somme** :

$$30 \text{ €}$$

- **Contrôle en $x = 10$** : $30 - 120 + 150 = 60 \text{ €}$ ✓
- **Contrôle en $x = 30$** : $270 - 360 + 150 = 60 \text{ €}$ ✓
- **Confirmation** ✓
- **Interprétation** : l'atelier est le plus efficace vers 20 unités ✓
- **Au-delà** : chaque unité supplémentaire coûte de plus en plus cher ✓

Réponse. a) $C'(x) = 0,3x^2 - 12x + 150$ · b) 20 unités, coût marginal 30 €.

Correction de l'exercice 12 - Comparer deux stratégies

- a) **Recette de A** : 50×90 ✓
- **Valeur** : 4500 € ✓
 - **Coût de A** : $1000 + 1500$ ✓
 - **Valeur** : 2500 € ✓
 - **Bénéfice de A** :

2000 €

- **Recette de B** : 80×70 ✓
- **Valeur** : 5600 € ✓
- **Coût de B** : $1600 + 1500$ ✓
- **Valeur** : 3100 € ✓
- **Bénéfice de B** :

2500 €

- b) **Comparaison** : $2500 > 2000$ ✓
- **Choix** : la stratégie **B** ✓
 - **Écart** : 500 € ✓
 - **Analyse par la marge unitaire de A** : $90 - 20 = 70$ € ✓
 - **Marge totale de A** : $50 \times 70 = 3500$ € ✓
 - **Après charges fixes** : $3500 - 1500 = 2000$ € ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Marge unitaire de B** : $70 - 20 = 50$ € ✓
 - **Marge totale de B** : $80 \times 50 = 4000$ € ✓
 - **Après charges fixes** : 2500 € ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Leçon** : une marge unitaire plus faible peut rapporter davantage ✓
 - **Condition** : que le volume compense ✓

Réponse. a) 2000 € et 2500 € · b) la stratégie B, 500 € de plus.

Correction de l'exercice 13 - Un seuil et un optimum

- a) **Dérivée** : $B'(x) = -x + 30$ ✓
- **Annulation** : $x = 30$ ✓
 - **Nature** : un maximum ✓
 - **Justification** : $a = -0,5 < 0$ ✓
 - **Image** : $-450 + 900 - 250$ ✓
 - **Valeur** :

$$B(30) = 200 \text{ €}$$

- b) **Équation** : $-0,5x^2 + 30x - 250 = 0$ ✓
- **Multiplication par -2** : $x^2 - 60x + 500 = 0$ ✓
 - **Discriminant** : $3600 - 2000$ ✓
 - **Valeur** : 1600 ✓
 - **Racine carrée** : 40 ✓
 - **Première racine** : $\frac{60 - 40}{2} = 10$ ✓
 - **Seconde racine** : $\frac{60 + 40}{2} = 50$ ✓
 - **Seuils** :

10 et 50 unités

- **Zone bénéficiaire** : entre les deux ✓
- **Contrôle** : $B(10) = -50 + 300 - 250 = 0$ ✓
- **Contrôle** : $B(50) = -1250 + 1500 - 250 = 0$ ✓
- **Position du maximum** : 30 est le milieu de $[10; 50]$ ✓

- **Explication** : la parabole est symétrique ✓
- **Contrôle** : $B(20) = -200 + 600 - 250 = 150$ € ✓
- **Contrôle** : $B(40) = -800 + 1200 - 250 = 150$ € ✓

Réponse. a) 200 € pour 30 unités · b) 10 et 50 unités.

Correction de l'exercice 14 - Repérer une erreur de raisonnement

- **Première faute** : confondre recette et bénéfice ✓
- **Différence** : le bénéfice retire le coût ✓
- **Formule** : $B(x) = R(x) - C(x)$ ✓
- **Dérivée** : $B'(x) = R'(x) - C'(x)$ ✓
- **Au maximum de la recette** : $R'(x) = 0$ ✓
- **Alors** : $B'(x) = -C'(x)$ ✓
- **Signe** : négatif, car un coût croît ✓
- **Conséquence** : le bénéfice **décroît** déjà ✓
- **Conclusion** :

le bénéfice culmine avant

- **Seconde faute** : retenir une solution négative ✓
- **Contexte** : une quantité produite est positive ✓
- **Ce qu'il faut faire** : rejeter cette solution ✓
- **Puis** : étudier le signe de B' sur $[0; +\infty[$ ✓
- **Cas fréquent** : B' est négative partout ✓
- **Conclusion alors** : l'optimum est en $x = 0$ ✓
- **Interprétation** : l'activité n'est pas rentable ✓
- **Autre cas** : B' positive partout ✓
- **Conclusion alors** : produire au maximum de la capacité ✓
- **Leçon** : toute solution mathématique doit passer le test du **contexte** ✓

Réponse. Le bénéfice culmine avant la recette ; une solution négative doit être rejetée et remplacée par une étude de signe sur $[0; +\infty[$.

Correction de l'exercice 15 - Un abonnement à optimiser

- a) **Nouveau prix** : $30 - x$ ✓
- **Nouveau nombre d'abonnés** : $400 + 20x$ ✓
 - **Recette** : le produit des deux ✓
 - **Expression** : $(30 - x)(400 + 20x)$ ✓
 - **Développement du premier produit** : 12 000 ✓
 - **Deuxième** : $600x$ ✓
 - **Troisième** : $-400x$ ✓
 - **Quatrième** : $-20x^2$ ✓
 - **Réduction** :

$$R(x) = -20x^2 + 200x + 12\,000$$

- b) **Dérivée** : $R'(x) = -40x + 200$ ✓
- **Annulation** : $-40x + 200 = 0$ ✓
 - **Solution** :

$$x = 5 \text{ €}$$

- **Nature** : un maximum ✓
- **Justification** : le coefficient dominant est négatif ✓
- **Nouveau prix** : 25 € ✓
- **Nouveaux abonnés** : $400 + 100 = 500$ ✓
- **Recette** : 25×500 ✓
- **Valeur** :

$$12\,500 \text{ €}$$

- **Recette initiale** : $400 \times 30 = 12\,000$ € ✓
- **Gain** : 500 € par mois ✓
- **Contrôle** : une baisse de 4 € donne $26 \times 480 = 12\,480$ € ✓
- **Contrôle** : une baisse de 6 € donne $24 \times 520 = 12\,480$ € ✓
- **Confirmation du maximum** ✓

Réponse. a) $R(x) = -20x^2 + 200x + 12\,000$ · b) baisser de 5 €, soit 25 € pour 500 abonnés et 12 500 € de recette.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : étude complète d'une production

a) **Recette** : $70x$ ✓

- **Bénéfice** : $70x - 0,5x^2 - 10x - 450$ ✓
- **Réduction** :

$$B(x) = -0,5x^2 + 60x - 450$$

b) **Dérivée** : $B'(x) = -x + 60$ ✓

- **Annulation** : $x = 60$ ✓
- **Signe avant** : positif ✓
- **Signe après** : négatif ✓
- **Nature** : un maximum ✓
- **Image** : $-1800 + 3600 - 450$ ✓
- **Valeur** :

$$B(60) = 1350 \text{ €}$$

- **Contrôle par la recette** : $70 \times 60 = 4200$ € ✓
- **Coût** : $1800 + 600 + 450 = 2850$ € ✓
- **Différence** : 1350 € ✓
- **Concordance** ✓

c) **Équation** : $-0,5x^2 + 60x - 450 = 0$ ✓

- **Multipliation par -2** : $x^2 - 120x + 900 = 0$ ✓
- **Discriminant** : $14\,400 - 3600$ ✓
- **Valeur** : 10 800 ✓
- **Racine approchée** : 103,92 ✓
- **Première racine** : $\frac{120 - 103,92}{2} \approx 8,04$ ✓
- **Seconde racine** : $\frac{120 + 103,92}{2} \approx 111,96$ ✓
- **Conclusion** : rentable de 9 à 111 unités ✓
- **Cohérence** : 60 est bien dans cet intervalle ✓

Réponse. a) $B(x) = -0,5x^2 + 60x - 450$ · b) 60 unités, 1350 € · c) environ 8 et 112 unités, rentable de 9 à 111.