

# Plaquette 4 - Variations, extremums et tableaux

## Dérivation et variations — Première STMG

Corrections détaillées

### Boîte à outils

**Le théorème central.**

| Signe de $f$ sur un intervalle | Variation de $f$            |
|--------------------------------|-----------------------------|
| $f'(x) > 0$                    | $f$ est <b>croissante</b>   |
| $f'(x) < 0$                    | $f$ est <b>décroissante</b> |
| $f'(x) = 0$ partout            | $f$ est constante           |

**Les extremums.** Si  $f$  s'annule **en changeant de signe** en  $x_0$  :

| Changement de signe | Nature                  |
|---------------------|-------------------------|
| de $-$ à $+$        | <b>minimum</b> en $x_0$ |
| de $+$ à $-$        | <b>maximum</b> en $x_0$ |
| pas de changement   | ni l'un ni l'autre      |

$\triangle f(x_0) = 0$  **ne suffit pas**. Pour  $f(x) = x^3$ ,  $f(0) = 0$  et pourtant  $f$  est croissante partout.

**La méthode en cinq temps.**

| Étape | Ce qu'on fait                     |
|-------|-----------------------------------|
| 1     | calculer $f'(x)$                  |
| 2     | résoudre $f'(x) = 0$              |
| 3     | étudier le <b>signe</b> de $f'$   |
| 4     | dresser le tableau de variations  |
| 5     | calculer les images aux extremums |

**Signe d'une dérivée du second degré.**  $ax^2 + bx + c$  est du signe de  $a$  à l'extérieur des racines, du signe contraire entre elles.

**Extremum sur un intervalle fermé.** Il faut comparer les extremums locaux **et** les valeurs aux bornes.

### Correction de l'exercice 1 - Du signe aux variations

- **Sur**  $] -\infty ; 2[$  : la dérivée est négative ✓
- **Conséquence** :  $f$  y est **décroissante** ✓
- **Sur**  $] 2 ; +\infty[$  : la dérivée est positive ✓
- **Conséquence** :  $f$  y est **croissante** ✓
- **En**  $x = 2$  : la dérivée change de signe ✓
- **Sens du changement** : de  $-$  à  $+$  ✓
- **Nature de l'extremum** :

un minimum

- **Valeur** :  $f(2) = -5$  ✓

- **Portée** : c'est un minimum sur  $\mathbb{R}$  entier ✓
- **Justification** :  $f$  ne fait que descendre puis monter ✓
- **Conséquence** :  $f(x) \geq -5$  pour tout  $x$  ✓
- **Allure de la courbe** : une vallée ✓
- **Tangente en  $x = 2$**  : horizontale ✓
- **Son équation** :  $y = -5$  ✓
- **Nombre de solutions de  $f(x) = -5$**  : une seule ✓
- **Nombre de solutions de  $f(x) = -10$**  : aucune ✓
- **Raison** :  $-10$  est sous le minimum ✓
- **Nombre de solutions de  $f(x) = 0$**  : deux au plus ✓

**Réponse.**  $f$  décroît jusqu'à 2, puis croît : minimum  $-5$  atteint en  $x = 2$ .

### Correction de l'exercice 2 - Un minimum de parabole

- **Dérivée** :  $f'(x) = 2x - 8$  ✓
- **Annulation** :  $2x - 8 = 0$  ✓
- **Solution** :  $x = 4$  ✓
- **Coefficient directeur de  $f'$**  : 2, positif ✓
- **Signe avant 4** : négatif ✓
- **Contrôle** :  $f'(0) = -8$  ✓
- **Signe après 4** : positif ✓
- **Contrôle** :  $f'(6) = 4$  ✓
- **Variations** : décroissante puis croissante ✓
- **Image en 4** :  $16 - 32 + 5$  ✓
- **Valeur** :

$$f(4) = -11$$

- **Tableau** :

| $x$     | $-\infty$ | 4   | $+\infty$ |
|---------|-----------|-----|-----------|
| $f'(x)$ | —         | 0   | +         |
| $f(x)$  | décroît   | -11 | croît     |

- **Extremum** : un **minimum** de  $-11$  ✓
- **Contrôle par la forme canonique** :  $(x - 4)^2 - 11$  ✓
- **Développement** :  $x^2 - 8x + 16 - 11$  ✓
- **Concordance** ✓
- **Contrôle** :  $f(3) = -10$  ✓
- **Contrôle** :  $f(5) = -10$  ✓
- **Confirmation** ✓

**Réponse.**  $f$  décroît sur  $]-\infty; 4]$  puis croît : minimum  $-11$  en  $x = 4$ .

### Correction de l'exercice 3 - Un maximum de parabole

- **Dérivée** :  $f'(x) = -6x + 12$  ✓
- **Annulation** :  $-6x + 12 = 0$  ✓
- **Solution** :  $x = 2$  ✓
- **Coefficient directeur de  $f'$**  :  $-6$ , négatif ✓

- **Signe avant 2** : positif ✓
- **Contrôle** :  $f(0) = 12$  ✓
- **Signe après 2** : négatif ✓
- **Contrôle** :  $f(4) = -12$  ✓
- **Variations** : croissante puis décroissante ✓
- **Image en 2** :  $-12 + 24 + 1$  ✓
- **Valeur** :

$$f(2) = 13$$

- **Tableau** :

|        |           |    |           |
|--------|-----------|----|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | 2  | $+\infty$ |
| $f(x)$ | +         | 0  | -         |
| $f(x)$ | croît     | 13 | décroît   |

- **Extremum** : un **maximum** de 13 ✓
- **Cohérence** :  $a = -3 < 0$  ✓
- **Contrôle du sommet** :  $-\frac{12}{-6} = 2$  ✓
- **Contrôle** :  $f(1) = 10$  ✓
- **Contrôle** :  $f(3) = 10$  ✓
- **Confirmation du maximum** ✓
- **Conséquence** :  $f(x) \leq 13$  pour tout  $x$  ✓

**Réponse.**  $f$  croît jusqu'à 2 puis décroît : maximum 13 en  $x = 2$ .

### Correction de l'exercice 4 - Un polynôme de degré 3

- **Dérivée** :  $f(x) = 6x^2 - 6x - 12$  ✓
- **Facteur commun** : 6 ✓
- **Écriture** :  $6(x^2 - x - 2)$  ✓
- **Racines évidentes** : -1 et 2 ✓
- **Contrôle du produit** :  $-1 \times 2 = -2$  ✓
- **Contrôle de la somme** :  $-1 + 2 = 1$  ✓
- **Forme factorisée** :  $6(x + 1)(x - 2)$  ✓
- **Signe** : positif à l'extérieur des racines ✓
- **Contrôle** :  $f(0) = -12$ , négatif ✓
- **Contrôle** :  $f(3) = 54 - 18 - 12 = 24$ , positif ✓
- **Image en -1** :  $-2 - 3 + 12 + 4$  ✓
- **Valeur** :

$$f(-1) = 11$$

- **Image en 2** :  $16 - 12 - 24 + 4$  ✓
- **Valeur** :

$$f(2) = -16$$

- **Tableau** :

| $x$     | $-\infty$ | $-1$    | $2$ | $+\infty$ |
|---------|-----------|---------|-----|-----------|
| $f'(x)$ | $+$       | $0 - 0$ |     | $+$       |
| $f(x)$  | croît     | 11      | -16 | croît     |

- **Maximum local** : 11 en  $x = -1$  ✓
- **Minimum local** : -16 en  $x = 2$  ✓
- **Portée** : locaux seulement ✓
- **Raison** :  $f$  repart vers l'infini des deux côtés ✓

**Réponse.** Maximum local 11 en  $x = -1$ , minimum local -16 en  $x = 2$ .

### Correction de l'exercice 5 - Un autre degré 3

- **Dérivée** :  $f'(x) = 3x^2 + 6x - 24$  ✓
- **Facteur commun** : 3 ✓
- **Écriture** :  $3(x^2 + 2x - 8)$  ✓
- **Discriminant** :  $4 + 32$  ✓
- **Valeur** : 36 ✓
- **Racine carrée** : 6 ✓
- **Première racine** :  $\frac{-2-6}{2} = -4$  ✓
- **Seconde racine** :  $\frac{-2+6}{2} = 2$  ✓
- **Contrôle** :  $f'(-4) = 48 - 24 - 24 = 0$  ✓
- **Contrôle** :  $f'(2) = 12 + 12 - 24 = 0$  ✓
- **Signe** : positif à l'extérieur, négatif entre ✓
- **Image en -4** :  $-64 + 48 + 96$  ✓
- **Valeur** :

$$f(-4) = 80$$

- **Nature** : un **maximum local** ✓
- **Image en 2** :  $8 + 12 - 48$  ✓
- **Valeur** :

$$f(2) = -28$$

- **Nature** : un **minimum local** ✓
- **Contrôle** :  $f'(0) = -24$ , négatif ✓
- **Cohérence** : 0 est entre les racines ✓
- **Contrôle** :  $f(0) = 0$ , entre 80 et -28 ✓

**Réponse.** Maximum local 80 en  $x = -4$ , minimum local -28 en  $x = 2$ .

### Correction de l'exercice 6 - Une fonction sans extremum

- **Dérivée** :  $f'(x) = 6x^2 + 6$  ✓
- **Signe de  $6x^2$**  : positif ou nul ✓
- **Ajout de 6** : strictement positif ✓
- **Conclusion** :

$$f'(x) > 0 \text{ pour tout } x$$

- **Conséquence** :  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  ✓
- **Équation  $f'(x) = 0$**  :  $6x^2 = -6$  ✓

- **Analyse** : un carré ne peut être négatif ✓
- **Conclusion** : aucune solution ✓
- **Aucune tangente horizontale** ✓
- **Donc aucun extremum** ✓
- **Tableau** : une seule flèche montante ✓
- **Contrôle** :  $f(-1) = -2 - 6 - 5 = -13$  ✓
- **Contrôle** :  $f(0) = -5$  ✓
- **Contrôle** :  $f(1) = 2 + 6 - 5 = 3$  ✓
- **Valeurs strictement croissantes** ✓
- **Pente minimale** : 6, atteinte en  $x = 0$  ✓
- **Interprétation** : la courbe ne s'aplatit jamais ✓
- **Nombre de solutions de  $f(x) = 0$**  : exactement une ✓
- **Justification** : une fonction strictement croissante traverse une fois ✓

**Réponse.**  $f(x) = 6x^2 + 6 > 0$  :  $f$  est strictement croissante, donc sans extremum.

### Correction de l'exercice 7 - Avec un terme en $1/x$

- **Dérivée du premier terme** : 1 ✓
- **Dérivée du second** :  $-\frac{9}{x^2}$  ✓
- **Dérivée** :

$$f(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$$

- **Annulation** :  $\frac{9}{x^2} = 1$  ✓
- **Équation** :  $x^2 = 9$  ✓
- **Solutions** : 3 et -3 ✓
- **Intervalle d'étude** : on ne garde que 3 ✓
- **Signe avant 3** :  $f(1) = 1 - 9 = -8$ , négatif ✓
- **Signe après 3** :  $f(6) = 1 - 0,25 = 0,75$ , positif ✓
- **Variations** : décroissante puis croissante ✓
- **Nature** : un **minimum** ✓
- **Image** :  $3 + \frac{9}{3}$  ✓
- **Valeur** :

$$f(3) = 6$$

- **Contrôle** :  $f(2) = 2 + 4,5 = 6,5$  ✓
- **Contrôle** :  $f(4) = 4 + 2,25 = 6,25$  ✓
- **Confirmation** : 6 est bien la plus petite valeur ✓
- **Interprétation** : la somme d'un nombre et de son « complément » est minimale à l'équilibre ✓
- **Équilibre atteint quand** :  $x = \frac{9}{x}$  ✓

**Réponse.** Minimum 6, atteint en  $x = 3$ .

### Correction de l'exercice 8 - Lire un tableau de variations

- a) **Sur  $] -\infty ; -2[$**  :  $f$  croît ✓
- **Signe** :  $f > 0$  ✓

— **Sur**  $] -2 ; 1[ : f$  décroît ✓

— **Signe** :  $f < 0$  ✓

— **Sur**  $] 1 ; +\infty[ : f$  croît ✓

— **Signe** :  $f > 0$  ✓

— **En**  $-2$  **et en**  $1 : f$  s'annule ✓

b) **En**  $x = -2 : \text{passage de } + \text{ à } -$  ✓

— **Nature** :

maximum local 7

— **En**  $x = 1 : \text{passage de } - \text{ à } +$  ✓

— **Nature** :

minimum local  $-4$

— **Portée** : locaux, pas globaux ✓

c) **Première branche croissante** : elle monte jusqu'à 7 ✓

— **Elle traverse donc 0 une fois** ✓

— **Deuxième branche** : elle descend de 7 à  $-4$  ✓

— **Elle traverse 0 une fois** ✓

— **Troisième branche** : elle monte depuis  $-4$  ✓

— **Elle traverse 0 une fois** ✓

— **Total** :

3 solutions

— **Contrôle du raisonnement** :  $7 > 0$  et  $-4 < 0$  ✓

— **Si**  $f(-2)$  **était négatif** : une seule solution ✓

**Réponse.** a)  $+, -, +$  · b) maximum 7 en  $-2$ , minimum  $-4$  en 1 · c) trois solutions.

### Correction de l'exercice 9 - Déterminer un intervalle de croissance

— **Dérivée** :  $f'(x) = x - 6$  ✓

— **Condition de croissance** :  $f'(x) > 0$  ✓

— **Inéquation** :  $x - 6 > 0$  ✓

— **Solution** :

$$x > 6$$

— **Intervalle** :  $] 6 ; +\infty[$  ✓

— **Condition de décroissance** :  $x < 6$  ✓

— **Annulation** :  $x = 6$  ✓

— **Image** :  $0,5 \times 36 - 36 + 20$  ✓

— **Premier terme** : 18 ✓

— **Somme** :  $18 - 36 + 20$  ✓

— **Valeur** :

$$f(6) = 2$$

— **Nature** : un **minimum** ✓

— **Justification** :  $f$  passe de  $-$  à  $+$  ✓

— **Contrôle** :  $f'(0) = -6$  ✓

— **Contrôle** :  $f'(10) = 4$  ✓

— **Contrôle** :  $f(4) = 8 - 24 + 20 = 4$  ✓

- **Contrôle** :  $f(8) = 32 - 48 + 20 = 4$  ✓
- **Confirmation** :  $2 < 4$  ✓
- **Conséquence** :  $f$  ne s'annule jamais ✓

**Réponse.** Croissante sur  $]6; +\infty[$ , minimum 2 en  $x = 6$ .

### Correction de l'exercice 10 - Maximiser un bénéfice

a) **Dérivée** :  $B'(x) = -x + 40$  ✓

- **Annulation** :  $-x + 40 = 0$  ✓
- **Solution** :

$$x = 40 \text{ unités}$$

- **Signe avant 40** : positif ✓
- **Contrôle** :  $B'(20) = 20$  ✓
- **Signe après 40** : négatif ✓
- **Contrôle** :  $B'(60) = -20$  ✓
- **Nature** : un **maximum** ✓

b) **Image** :  $-0,5 \times 1600 + 1600 - 300$  ✓

- **Premier terme** :  $-800$  ✓
- **Somme** :  $-800 + 1600 - 300$  ✓
- **Valeur** :

$$B(40) = 500 \text{ €}$$

- **Contrôle** :  $B(30) = -450 + 1200 - 300 = 450 \text{ €}$  ✓
- **Contrôle** :  $B(50) = -1250 + 2000 - 300 = 450 \text{ €}$  ✓
- **Confirmation du maximum** ✓
- **Seuils de rentabilité** :  $B(x) = 0$  ✓
- **Équation** :  $-0,5x^2 + 40x - 300 = 0$  ✓
- **Simplification par  $-0,5$**  :  $x^2 - 80x + 600 = 0$  ✓
- **Discriminant** :  $6400 - 2400 = 4000$  ✓
- **Racine approchée** : 63,25 ✓
- **Solutions approchées** : 8,38 et 71,62 ✓
- **Interprétation** : rentable entre 9 et 71 unités ✓

**Réponse.** a) 40 unités · b) 500 €.

### Correction de l'exercice 11 - Extremums sur un intervalle fermé

- **Dérivée** :  $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$  ✓
- **Factorisation** :  $3(x + 1)(x - 3)$  ✓
- **Racines** :  $-1$  et  $3$  ✓
- **Les deux sont dans l'intervalle** ✓
- **Valeurs à comparer** : les deux bornes et les deux racines ✓
- **Image en  $-2$**  :  $-8 - 12 + 18 + 5$  ✓
- **Valeur** : 3 ✓
- **Image en  $-1$**  :  $-1 - 3 + 9 + 5$  ✓
- **Valeur** :

$$f(-1) = 10$$

- **Image en 3** :  $27 - 27 - 27 + 5$  ✓

— **Valeur :**

$$f(3) = -22$$

— **Image en 4 :**  $64 - 48 - 36 + 5$  ✓

— **Valeur :**  $-15$  ✓

— **Comparaison des quatre :**  $3, 10, -22, -15$  ✓

— **Maximum :**

$$10 \text{ en } x = -1$$

— **Minimum :**

$$-22 \text{ en } x = 3$$

— **Leçon :** il faut aussi tester les **bornes** ✓

— **Ici :** elles ne l'emportent pas, mais cela arrive souvent ✓

**Réponse.** Maximum 10 en  $x = -1$ , minimum  $-22$  en  $x = 3$ .

### Correction de l'exercice 12 - Dérivée nulle sans extremum

a) **Dérivée :**  $f(x) = 3x^2 - 6x + 3$  ✓

— **Facteur commun :**  $3$  ✓

— **Écriture :**  $3(x^2 - 2x + 1)$  ✓

— **Identité remarquable :**  $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$  ✓

— **Forme factorisée :**

$$f(x) = 3(x - 1)^2$$

b) **Un carré est nul si son contenu l'est** ✓

— **Équation :**  $x - 1 = 0$  ✓

— **Solution :**

$$x = 1$$

— **Racine double** ✓

c) **Signe de  $(x - 1)^2$  :** positif ou nul ✓

— **Multiplié par 3 :** positif ou nul ✓

— **Conclusion :**  $f(x) \geq 0$  partout ✓

— **Changement de signe en 1 :** aucun ✓

— **Conséquence :**

pas d'extremum

— **Variations :**  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  ✓

— **Ce qui se passe en  $x = 1$  :** la tangente est horizontale ✓

— **Image :**  $f(1) = 1 - 3 + 3 = 1$  ✓

— **Vocabulaire :** un point d'inflexion à tangente horizontale ✓

— **Contrôle :**  $f(0) = 0$  ✓

— **Contrôle :**  $f(2) = 8 - 12 + 6 = 2$  ✓

— **Valeurs croissantes de part et d'autre** ✓

— **Leçon :**  $f(x_0) = 0$  ne suffit jamais ✓

**Réponse.** a)  $3(x - 1)^2$  · b)  $x = 1$  · c) non : la dérivée ne change pas de signe.

## Correction de l'exercice 13 - Un coût moyen minimal

a) **Dérivée du premier terme** : 2 ✓

— **Dérivée du second** :  $-\frac{8}{x^2}$  ✓

— **Dérivée** :

$$CM'(x) = 2 - \frac{8}{x^2}$$

b) **Annulation** :  $\frac{8}{x^2} = 2$  ✓

— **Produit en croix** :  $8 = 2x^2$  ✓

— **Équation** :  $x^2 = 4$  ✓

— **Solutions** : 2 et -2 ✓

— **On ne garde que** :  $x = 2$  ✓

— **Raison** : la quantité est positive ✓

— **Signe avant 2** :  $CM'(1) = 2 - 8 = -6$ , négatif ✓

— **Signe après 2** :  $CM'(4) = 2 - 0,5 = 1,5$ , positif ✓

— **Nature** : un **minimum** ✓

— **Image** :  $4 + \frac{8}{2}$  ✓

— **Valeur** :

$$CM(2) = 8$$

— **Contrôle** :  $CM(1) = 2 + 8 = 10$  ✓

— **Contrôle** :  $CM(4) = 8 + 2 = 10$  ✓

— **Confirmation** :  $8 < 10$  ✓

— **Interprétation** : produire 200 unités minimise le coût unitaire ✓

— **Équilibre** :  $2x = \frac{8}{x}$  au minimum ✓

**Réponse.** a)  $2 - \frac{8}{x^2}$  · b) minimum 8 atteint en  $x = 2$ .

## Correction de l'exercice 14 - Choisir entre deux productions

a) **Dérivée** :  $B'(x) = -3x^2 + 24x - 36$  ✓

— **Facteur commun** : -3 ✓

— **Écriture** :  $-3(x^2 - 8x + 12)$  ✓

— **Racines** : 2 et 6 ✓

— **Contrôle du produit** :  $2 \times 6 = 12$  ✓

— **Contrôle de la somme** :  $2 + 6 = 8$  ✓

— **Forme factorisée** :

$$B'(x) = -3(x - 2)(x - 6)$$

b) **Signe** : négatif à l'extérieur, positif entre ✓

— **Raison** : le coefficient dominant est -3 ✓

— **En  $x = 2$**  : passage de - à +, minimum ✓

— **Image** :  $-8 + 48 - 72 + 50$  ✓

— **Valeur** :

$$B(2) = 18$$

- **En**  $x = 6$  : passage de  $+$  à  $-$ , maximum ✓
- **Image** :  $-216 + 432 - 216 + 50$  ✓
- **Valeur** :

$$B(6) = 50$$

c) **Valeur en**  $x = 0$  : 50 ✓

- **Valeur en**  $x = 10$  :  $-1000 + 1200 - 360 + 50$  ✓
- **Valeur** :  $-110$  ✓
- **Comparaison des quatre** : 50, 18, 50,  $-110$  ✓
- **Maximum** : 50, atteint en  $x = 0$  **et** en  $x = 6$  ✓
- **Choix retenu** :  $x = 6$ , car produire rapporte autant sans rien produire ✓
- **Remarque de gestion** : à bénéfice égal,  $x = 6$  fait tourner l'atelier ✓

**Réponse.** a)  $-3(x-2)(x-6)$  · b) minimum 18 en 2, maximum 50 en 6 · c)  $x = 6$  (soit 60 unités).

### Correction de l'exercice 15 - Repérer une erreur

- **Ce qui est juste** : la dérivée ✓
- **Calcul** :  $f(x) = 3x^2$  ✓
- **En**  $x = 0$  :  $f'(0) = 0$  ✓
- **Ce qui est juste aussi** : la tangente est horizontale ✓
- **Son équation** :  $y = 0$  ✓
- **L'erreur** : conclure à un extremum ✓
- **Condition manquante** : le **changement de signe** ✓
- **Signe de**  $3x^2$  **avant** 0 : positif ✓
- **Contrôle** :  $f'(-1) = 3$  ✓
- **Signe après** 0 : positif ✓
- **Contrôle** :  $f'(1) = 3$  ✓
- **Conclusion** : pas de changement de signe ✓
- **Donc** :

aucun extremum en 0

- **Variations réelles** :  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  ✓
- **Contrôle** :  $f(-1) = -1$  ✓
- **Contrôle** :  $f(0) = 0$  ✓
- **Contrôle** :  $f(1) = 1$  ✓
- **Valeurs croissantes** ✓
- **Si 0 était un minimum** : on aurait  $f(-1) \geq 0$  ✓
- **Or** :  $f(-1) = -1 < 0$  ✓
- **Énoncé correct de la règle** :  $f$  s'annule **en changeant de signe** ✓

**Réponse.**  $f(0) = 0$  mais  $f$  reste positive :  $f$  est croissante, sans extremum.

### Correction de l'exercice 16 - Synthèse : étude complète

- a) **Terme en**  $x^3$  :  $3x^2$  ✓
- **Terme en**  $x$  :  $-12$  ✓
- **Constante** : disparaît ✓
- **Dérivée** :

$$f(x) = 3x^2 - 12$$

b) **Annulation** :  $3x^2 = 12$  ✓

— **Équation** :  $x^2 = 4$  ✓

— **Solutions** :  $-2$  et  $2$  ✓

— **Facteur commun** :  $3(x^2 - 4)$  ✓

— **Identité remarquable** :  $3(x - 2)(x + 2)$  ✓

— **Signe** : positif à l'extérieur des racines ✓

— **Contrôle** :  $f(0) = -12$ , négatif ✓

— **Contrôle** :  $f(3) = 27 - 12 = 15$ , positif ✓

— **Tableau** :

| $x$    | $-\infty$ | $-2$    | $2$  | $+\infty$ |
|--------|-----------|---------|------|-----------|
| $f(x)$ | +         | $0 - 0$ |      | +         |
| $f(x)$ | croît     | $25$    | $-7$ | croît     |

c) **Image en  $-2$**  :  $-8 + 24 + 9$  ✓

— **Valeur** :

$$f(-2) = 25$$

— **Nature** : un **maximum local** ✓

— **Image en  $2$**  :  $8 - 24 + 9$  ✓

— **Valeur** :

$$f(2) = -7$$

— **Nature** : un **minimum local** ✓

— **Contrôle** :  $f(0) = 9$ , entre les deux ✓

— **Nombre de solutions de  $f(x) = 0$**  : trois ✓

— **Justification** :  $25 > 0$  et  $-7 < 0$  ✓

**Réponse.** a)  $3x^2 - 12$  · b) croît, décroît sur  $[-2; 2]$ , croît · c) maximum  $25$  en  $-2$ , minimum  $-7$  en  $2$ .