

Plaquette 3 - Calculer une dérivée sans erreur

Dérivation et variations — Première STMG

Exercices

Méthode

Dériver est un geste mécanique : on applique les formules **terme par terme**. Cette plaquette fait le tour des pièges courants — la constante qui disparaît, le coefficient qu'on oublie, la fonction inverse.

Exercice 1 - Les dérivées de référence

Donner la dérivée de chaque fonction.

a) $f(x) = 12$

b) $f(x) = x$

c) $f(x) = x^2$

d) $f(x) = x^3$

e) $f(x) = \frac{1}{x}$

Exercice 2 - Dériver un trinôme

Dériver.

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$

b) $g(x) = -x^2 + 8x - 1$

c) $h(x) = 0,5x^2 - 2,4x + 10$

Exercice 3 - Dériver un polynôme de degré 3

Dériver.

a) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$

b) $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 5$

Exercice 4 - Dériver avec la fonction inverse

Dériver.

a) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

b) $g(x) = \frac{12}{x}$

c) $h(x) = 3x - \frac{5}{x}$

Exercice 5 - Calculer un nombre dérivé

Soit $f(x) = x^3 - 4x$. Calculer $f'(2)$, $f'(0)$ et $f'(-1)$.

Exercice 6 - Annuler une dérivée affine

Soit $f(x) = x^2 - 10x + 3$. Résoudre $f'(x) = 0$ et interpréter.

Exercice 7 - Annuler une dérivée du second degré

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. Résoudre $f'(x) = 0$.

Exercice 8 - Résoudre $f'(x) = k$

Soit $f(x) = x^2 + 3x$. Déterminer les abscisses des points où la tangente a pour coefficient directeur 9.

Exercice 9 - Dériver une fonction de coût

Le coût total est $C(x) = 0,1x^3 - 3x^2 + 40x + 200$ euros.

- a) Calculer $C'(x)$.
- b) Calculer le coût marginal pour $x = 10$ puis $x = 20$.

Exercice 10 - Signe d'une dérivée affine

Soit $f(x) = -2x^2 + 12x - 7$. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f .

Exercice 11 - Signe d'une dérivée du second degré

La dérivée d'une fonction f est $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$. Étudier son signe.

Exercice 12 - Une dérivée qui ne s'annule jamais

Soit $f(x) = x^3 + 3x + 1$. Montrer que f est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13 - Retrouver une fonction

Soit $f(x) = ax^2 + bx$. On sait que $f(1) = -3$ et que la tangente en $x = 1$ est horizontale. Déterminer a et b .

Exercice 14 - Repérer trois erreurs

Un élève écrit : « $f(x) = 5x^3 - x^2 + 4$ donne $f'(x) = 3x^2 - 2x + 4$ ». Repérer et corriger toutes les erreurs.

Exercice 15 - Comparer deux modèles

Deux coûts : $C_1(x) = x^2 + 20x + 400$ et $C_2(x) = 0,5x^2 + 35x + 100$.

- a) Calculer les deux coûts marginaux.
- b) Comparer en $x = 10$ puis $x = 40$.

Exercice 16 - Synthèse : dériver puis exploiter

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$.

- a) Calculer $f'(x)$ et la factoriser.
- b) Résoudre $f'(x) = 0$.
- c) Calculer les ordonnées correspondantes.