Plaquette 3 – Calculer une dérivée sans erreur

Dérivation et variations — Première STMG

Exercices

Méthode

Dériver est un geste mécanique : on applique les formules **terme par terme**. Cette plaquette fait le tour des pièges courants — la constante qui disparaît, le coefficient qu'on oublie, le produit qu'il faut développer avant de dériver.

Exercice 1 – Les dérivées de référence

Donner la dérivée de chaque fonction.

a) $f(x) = 12$
b) $f(x) = x$
c) $f(x) = x^2$
d) $f(x) = x^3$
e) $f(x) = 5x$
f) $f(x) = -4x^3$

Exercice 2 – Dériver un trinôme

Dériver.

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$
b) $g(x) = -x^2 + 8x - 1$
c) $h(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}4x + 10$

Exercice 3 – Dériver un polynôme de degré 3

Dériver.

a) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$
b) $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 5$

Exercice 4 – Développer avant de dériver

Développer chaque expression, puis la dériver.

a) $f(x) = (x + 2)(x - 3)$
b) $g(x) = x(x - 4)^2$
c) $h(x) = (2x - 1)^2$

Exercice 5 – Calculer un nombre dérivé

Soit $f(x) = x^3 - 4x$. Calculer $f'(2)$, $f'(0)$ et $f'(-1)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Annuler une dérivée affine

Soit $f(x) = x^2 - 10x + 3$. Résoudre $f'(x) = 0$ et interpréter.

Exercice 7 – Annuler une dérivée du second degré

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que 1 est une racine de f'.

b) En déduire la factorisation $f'(x) = 3(x - 1)(x - b)$ et trouver b.

c) Résoudre $f'(x) = 0$ et donner les points où la tangente est horizontale.

Exercice 8 – Résoudre f'(x) = k

Soit $f(x) = x^2 + 3x$. Déterminer les abscisses des points où la tangente a pour coefficient directeur 9.

Exercice 9 – Dériver une fonction de coût

Le coût total est $C(x) = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 40x + 200$ euros.

a) Calculer $C'(x)$.

b) Calculer le coût marginal pour $x = 10$ puis $x = 20$.

Exercice 10 – Signe d'une dérivée affine

Soit $f(x) = -2x^2 + 12x - 7$. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f.

Exercice 11 – Signe d'une dérivée du second degré

La dérivée d'une fonction f est $f'(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

a) Vérifier que -1 est une racine de f', puis factoriser $f'(x)$.

b) Étudier le signe de $f'(x)$ dans un tableau.

c) En déduire les variations de f.

Exercice 12 – Une dérivée qui ne s'annule jamais

Soit $f(x) = x^3 + 3x + 1$. Montrer que f est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13 – Retrouver une fonction

Soit $f(x) = ax^2 + bx$. On sait que $f(1) = -3$ et que la tangente en $x = 1$ est horizontale. Déterminer a et b.

Exercice 14 – Repérer trois erreurs

Un élève écrit : « $f(x) = 5x^3 - x^2 + 4$ donne $f'(x) = 3x^2 - 2x + 4$ ». Repérer et corriger toutes les erreurs.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 15 – Comparer deux modèles

Deux coûts : $C_1(x) = x^2 + 20x + 400$ et $C_2(x) = 0{,}5x^2 + 35x + 100$.

a) Calculer les deux coûts marginaux.

b) Comparer en $x = 10$ puis $x = 40$.

Exercice 16 – Synthèse : dériver puis exploiter

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$.

a) Calculer $f'(x)$ et la factoriser.

b) Résoudre $f'(x) = 0$.

c) Calculer les ordonnées correspondantes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).