Plaquette 2 – Nombre dérivé et tangentes

Dérivation et variations — Première STMG

Exercices

Méthode

Le nombre dérivé se lit comme une **pente**. Cette plaquette entraîne le geste de base : calculer un taux de variation, le reconnaître sur un graphique, puis écrire l'équation de la tangente.

Exercice 1 – Taux de variation entre deux points

Soit $f(x) = x^2$.

a) Calculer le taux de variation de f entre 1 et 4.

b) Puis entre 2 et 5.

c) Que traduisent ces nombres ?

Exercice 2 – Du taux au nombre dérivé

Soit $f(x) = x^2$ et $a = 3$.

a) Exprimer $f(3 + h)$ en développant.

b) Simplifier le taux de variation entre 3 et $3 + h$.

c) En déduire $f'(3)$.

Exercice 3 – Le cas d'une fonction affine

Soit $f(x) = 5x - 2$.

a) Calculer le taux de variation entre a et $a + h$.

b) En déduire $f'(a)$.

c) Interpréter.

Exercice 4 – Lire un nombre dérivé

La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 passe par les points $(0\,;1)$ et $(2\,;7)$.

a) Déterminer $f'(2)$.

b) Déterminer $f(2)$.

c) Donner l'équation de cette tangente.

Exercice 5 – Signe du nombre dérivé

Sur une courbe, la tangente est descendante en $x = -1$, horizontale en $x = 2$ et montante en $x = 5$. Donner le signe de $f'(-1)$, $f'(2)$ et $f'(5)$, puis décrire les variations.

Exercice 6 – Équation de tangente

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 7$. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 3.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 7 – Une parabole descendante

Soit $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.

Exercice 8 – Tangentes à une courbe de degré 3

Soit $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2.

b) Même question au point d'abscisse 0.

c) En quels points la tangente est-elle horizontale ?

Exercice 9 – Tangente horizontale

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 11$. Déterminer le point où la tangente est horizontale, puis son équation.

Exercice 10 – Tangente parallèle à une droite

Soit $f(x) = x^2 - 2x$. En quel point la tangente est-elle parallèle à la droite d'équation $y = 4x + 9$? Donner son équation.

Exercice 11 – Remonter à f(a) et f'(a)

La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 5x - 3$. Déterminer $f(2)$ et $f'(2)$.

Exercice 12 – Approximation par la tangente

Soit $f(x) = x^2$.

a) Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 3.

b) L'utiliser pour estimer $3{,}02^2$.

c) Comparer à la valeur exacte.

Exercice 13 – Coût marginal et tangente

Le coût de production est $C(x) = 2x^2 + 30x + 500$ euros.

a) Calculer le coût marginal en $x = 20$, c'est-à-dire $C'(20)$.

b) Calculer le coût réel de la 21^{e} unité.

c) Comparer.

Exercice 14 – Deux tangentes parallèles

Soit $f(x) = x^3$.

a) Calculer $f'(1)$ et $f'(-1)$.

b) Que peut-on dire des deux tangentes ?

c) Donner leurs équations.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 15 – Repérer une erreur

Un élève écrit : « $f(x) = x^2 - 4x + 7$, donc $f'(3) = f(3) = 4$ et la tangente en 3 est $y = 4x$ ». Corriger.

Exercice 16 – Synthèse : deux tangentes d'une parabole

Soit $f(x) = x^2 - 8x + 20$.

a) Déterminer la tangente au point d'abscisse 1.

b) Déterminer le point où la tangente est horizontale.

c) En déduire le minimum de f.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).