

Plaquette 2 - Nombre dérivé et tangentes

Dérivation et variations — Première STMG

Exercices

Méthode

Le nombre dérivé se lit comme une **pente**. Cette plaquette entraîne le geste de base : calculer un taux de variation, le reconnaître sur un graphique, puis écrire l'équation de la tangente.

Exercice 1 - Taux de variation entre deux points

Soit $f(x) = x^2$.

- Calculer le taux de variation de f entre 1 et 4.
- Puis entre 2 et 5.
- Que traduisent ces nombres ?

Exercice 2 - Du taux au nombre dérivé

Soit $f(x) = x^2$ et $a = 3$.

- Exprimer $f(3 + h)$ en développant.
- Simplifier le taux de variation entre 3 et $3 + h$.
- En déduire $f'(3)$.

Exercice 3 - Le cas d'une fonction affine

Soit $f(x) = 5x - 2$.

- Calculer le taux de variation entre a et $a + h$.
- En déduire $f'(a)$.
- Interpréter.

Exercice 4 - Lire un nombre dérivé

La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 passe par les points $(0 ; 1)$ et $(2 ; 7)$.

- Déterminer $f'(2)$.
- Déterminer $f(2)$.
- Donner l'équation de cette tangente.

Exercice 5 - Signe du nombre dérivé

Sur une courbe, la tangente est descendante en $x = -1$, horizontale en $x = 2$ et montante en $x = 5$. Donner le signe de $f'(-1)$, $f'(2)$ et $f'(5)$, puis décrire les variations.

Exercice 6 - Équation de tangente

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 7$. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 3.

Exercice 7 - Une parabole descendante

Soit $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.

Exercice 8 - Tangente à l'hyperbole

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2.

Exercice 9 - Tangente horizontale

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 11$. Déterminer le point où la tangente est horizontale, puis son équation.

Exercice 10 - Tangente parallèle à une droite

Soit $f(x) = x^2 - 2x$. En quel point la tangente est-elle parallèle à la droite d'équation $y = 4x + 9$? Donner son équation.

Exercice 11 - Remonter à $f(a)$ et $f'(a)$

La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 5x - 3$. Déterminer $f(2)$ et $f'(2)$.

Exercice 12 - Approximation par la tangente

Soit $f(x) = x^2$.

- a) Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 3.
- b) L'utiliser pour estimer $3,02^2$.
- c) Comparer à la valeur exacte.

Exercice 13 - Coût marginal et tangente

Le coût de production est $C(x) = 2x^2 + 30x + 500$ euros.

- a) Calculer le coût marginal en $x = 20$, c'est-à-dire $C'(20)$.
- b) Calculer le coût réel de la 21^e unité.
- c) Comparer.

Exercice 14 - Deux tangentes parallèles

Soit $f(x) = x^3$.

- a) Calculer $f'(1)$ et $f'(-1)$.
- b) Que peut-on dire des deux tangentes ?
- c) Donner leurs équations.

Exercice 15 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $f(x) = x^2 - 4x + 7$, donc $f(3) = f(3) = 4$ et la tangente en 3 est $y = 4x$ ». Corriger.

Exercice 16 - Synthèse : deux tangentes d'une parabole

Soit $f(x) = x^2 - 8x + 20$.

- a) Déterminer la tangente au point d'abscisse 1.
- b) Déterminer le point où la tangente est horizontale.
- c) En déduire le minimum de f .