

Plaquette 1 - Nombre dérivé, tangente et sens de variation

Dérivation et variations — Première STMG

Exercices

Méthode

On calcule un taux de variation puis un nombre dérivé, on écrit l'équation d'une tangente, on dérive des fonctions polynômes, et on utilise le **signe de la dérivée** pour dresser un tableau de variations. Les deux derniers exercices sont des optimisations de gestion.

Exercice 1 - Taux de variation

Soit $f(x) = x^2$. Calculer le taux de variation de f entre 2 et 2,1, puis entre 2 et 2,01. Que peut-on conjecturer pour $f'(2)$?

Exercice 2 - Lecture graphique d'un nombre dérivé

La tangente à la courbe de f au point $A(2 ; 5)$ passe aussi par le point $B(4 ; 11)$.

- Déterminer $f'(2)$.
- Donner l'équation de cette tangente.

Exercice 3 - Dériver un polynôme

Calculer la dérivée de chaque fonction.

- $f(x) = 4x^2 - 7x + 3$
- $g(x) = x^3 - 6x^2 + 5$
- $h(x) = 0,5x^3 - 2x$

Exercice 4 - Équation de tangente

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.

Exercice 5 - Tangente horizontale

Soit $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$. En quel point la tangente à la courbe est-elle horizontale ?

Exercice 6 - Signe de la dérivée et variations

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 8$ sur $\mathbb{R}$. Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations.

Exercice 7 - Fonction de degré 3

Soit $f(x) = x^3 - 12x$ sur $[-4 ; 4]$. Étudier ses variations et donner ses extremums locaux.

Exercice 8 - Dérivée et fonction inverse

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$.

- Donner $f'(x)$.
- En déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
- Calculer le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 2.

Exercice 9 - Problème : coût marginal

Le coût total de production, en euros, de q objets ($0 \leq q \leq 60$) est

$$C(q) = 0,1q^3 - 6q^2 + 150q + 500$$

- Calculer le coût marginal $C'(q)$.
- Calculer $C'(10)$ et interpréter.
- Le coût marginal est-il minimal pour une certaine production ?

Exercice 10 - Problème : bénéfice maximal

Une entreprise vend q articles (en centaines). Son bénéfice, en milliers d'euros, est

$$B(q) = -q^3 + 27q + 10 \quad \text{pour } 0 \leq q \leq 6$$

Déterminer la production qui rend le bénéfice maximal, ainsi que ce bénéfice.

Exercice 11 - Synthèse : exploiter un tableau de variations

Soit f dérivable sur $[0; 10]$, dont la dérivée a le signe suivant.

Intervalle	$[0; 2]$	$[2; 7]$	$[7; 10]$
Signe de $f'(x)$	+	-	+

On sait de plus que $f(0) = 3$, $f(2) = 9$, $f(7) = 1$ et $f(10) = 6$.

- Dresser le tableau de variations de f .
- Donner le maximum et le minimum de f sur $[0; 10]$.
- Combien de solutions l'équation $f(x) = 5$ admet-elle ?