

Plaquette 4 - Variations, extremums et tableaux

Dérivation et variations — Première STMG

Exercices

Méthode

Le tableau de variations est la **conclusion** de l'étude : on dérive, on étudie le signe de la dérivée, et on en déduit la forme de la courbe et ses extremums.

Exercice 1 - Du signe aux variations

On sait que $f'(x) < 0$ sur $] -\infty ; 2[$ et $f'(x) > 0$ sur $] 2 ; +\infty[$, avec $f(2) = -5$. Décrire les variations de f et son extremum.

Exercice 2 - Un minimum de parabole

Soit $f(x) = x^2 - 8x + 5$. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 - Un maximum de parabole

Soit $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$. Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 4 - Un polynôme de degré 3

Soit $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$. Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 5 - Un autre degré 3

Soit $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$. Déterminer les extremums locaux de f .

Exercice 6 - Une fonction sans extremum

Soit $f(x) = 2x^3 + 6x - 5$. Montrer que f n'a aucun extremum.

Exercice 7 - Avec un terme en $1/x$

Soit $f(x) = x + \frac{9}{x}$ sur $]0 ; +\infty[$. Déterminer son minimum.

Exercice 8 - Lire un tableau de variations

Le tableau de variations de f indique : croissante sur $] -\infty ; -2]$, décroissante sur $[-2 ; 1]$, croissante sur $[1 ; +\infty[$, avec $f(-2) = 7$ et $f(1) = -4$.

- Donner le signe de f' .
- Donner les extremums.
- Combien de solutions a $f(x) = 0$?

Exercice 9 - Déterminer un intervalle de croissance

Soit $f(x) = 0,5x^2 - 6x + 20$. Sur quel intervalle f est-elle croissante ? Quel est son minimum ?

Exercice 10 - Maximiser un bénéfice

Le bénéfice est $B(x) = -0,5x^2 + 40x - 300$ euros pour x unités.

- Déterminer la production qui maximise le bénéfice.
- Calculer ce bénéfice maximal.

Exercice 11 - Extremums sur un intervalle fermé

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ sur $[-2; 4]$. Déterminer son maximum et son minimum.

Exercice 12 - Dérivée nulle sans extremum

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.

- Calculer $f'(x)$ et la factoriser.
- Résoudre $f'(x) = 0$.
- Y a-t-il un extremum ?

Exercice 13 - Un coût moyen minimal

Le coût moyen est $CM(x) = 2x + \frac{8}{x}$ pour x centaines d'unités, $x > 0$.

- Calculer $CM'(x)$.
- Déterminer le minimum.

Exercice 14 - Choisir entre deux productions

Le bénéfice est $B(x) = -x^3 + 12x^2 - 36x + 50$ pour x en dizaines d'unités, x entre 0 et 10.

- Calculer $B'(x)$ et la factoriser.
- Déterminer les extremums locaux.
- Quel est le meilleur choix sur $[0; 10]$?

Exercice 15 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « $f(x) = x^3$, donc $f(0) = 0$, donc f a un minimum en 0 ». Corriger.

Exercice 16 - Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = x^3 - 12x + 9$.

- Calculer $f'(x)$.
- Dresser le tableau de variations.
- Donner les extremums locaux.