Plaquette 4 – Variations, extremums et tableaux

Dérivation et variations — Première STMG

Exercices

Méthode

Le tableau de variations est la **conclusion** de l'étude : on dérive, on étudie le signe de la dérivée, et on en déduit la forme de la courbe et ses extremums.

Exercice 1 – Du signe aux variations

On sait que $f'(x) < 0$ sur $]-\infty\,;2[$ et $f'(x) > 0$ sur $]2\,;+\infty[$, avec $f(2) = -5$. Décrire les variations de f et son extremum.

Exercice 2 – Un minimum de parabole

Soit $f(x) = x^2 - 8x + 5$. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 – Un maximum de parabole

Soit $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$. Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 4 – Un polynôme de degré 3

Soit $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$. Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 5 – Un autre degré 3

Soit $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$. Déterminer les extremums locaux de f.

Exercice 6 – Une fonction sans extremum

Soit $f(x) = 2x^3 + 6x - 5$. Montrer que f n'a aucun extremum.

Exercice 7 – Maximum local ou maximum sur l'intervalle

Le nombre de connexions à un site de vente, en milliers, t heures après son ouverture à 8 h, est modélisé par $f(t) = t^3 - 9t^2 + 24t + 10$ pour $0 \leq t \leq 6$.

a) Calculer $f'(t)$ et vérifier que $f'(t) = 3(t-2)(t-4)$.

b) Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;6]$.

c) À quelle heure la fréquentation est-elle la plus forte ? Le maximum local est-il ce maximum ?

Exercice 8 – Lire un tableau de variations

Le tableau de variations de f indique : croissante sur $]-\infty\,;-2]$, décroissante sur $[-2\,;1]$, croissante sur $[1\,;+\infty[$, avec $f(-2) = 7$ et $f(1) = -4$.

a) Donner le signe de f'.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Donner les extremums.
c) Combien de solutions a $f(x) = 0$?

Exercice 9 – Déterminer un intervalle de croissance

Soit $f(x) = 0{,}5x^2 - 6x + 20$. Sur quel intervalle f est-elle croissante ? Quel est son minimum ?

Exercice 10 – Maximiser un bénéfice

Le bénéfice est $B(x) = -0{,}5x^2 + 40x - 300$ euros pour x unités.

a) Déterminer la production qui maximise le bénéfice.
b) Calculer ce bénéfice maximal.

Exercice 11 – Extremums sur un intervalle fermé

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ sur $[-2\,;4]$. Déterminer son maximum et son minimum.

Exercice 12 – Dérivée nulle sans extremum

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.

a) Calculer $f'(x)$ et la factoriser.
b) Résoudre $f'(x) = 0$.
c) Y a-t-il un extremum ?

Exercice 13 – Un coût minimal atteint deux fois

Le coût horaire de fonctionnement d'un atelier, en euros, est $C(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 50$, où x est la production en dizaines de pièces par heure, avec $2 \leq x \leq 8$.

a) Calculer $C'(x)$ et le factoriser sachant que 3 en est une racine.
b) Dresser le tableau de variations de C.
c) Quel est le coût minimal ? Pour quelles productions est-il atteint ?

Exercice 14 – Choisir entre deux productions

Le bénéfice est $B(x) = -x^3 + 12x^2 - 36x + 50$ pour x en dizaines d'unités, x entre 0 et 10.

a) Calculer $B'(x)$ et la factoriser.
b) Déterminer les extremums locaux.
c) Quel est le meilleur choix sur $[0\,;10]$?

Exercice 15 – Repérer une erreur

Un élève écrit : « $f(x) = x^3$, donc $f'(0) = 0$, donc f a un minimum en 0 ». Corriger.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = x^3 - 12x + 9$.

a) Calculer $f'(x)$.

b) Dresser le tableau de variations.

c) Donner les extremums locaux.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).