

Plaquelette 2 - Axe de symétrie, sommet et variations

Fonctions polynômes du second degré — Première STMG

Exercices

Méthode

Trouver l'**axe de symétrie** d'une parabole sans formule : au milieu de ses racines, ou au milieu des deux solutions de $f(x) = c$. On en déduit le **sommet**, le **tableau de variations** et l'extremum, puis on l'applique à un bénéfice, un coût ou une surface.

Exercice 1 - L'axe au milieu des racines

Soit $f(x) = 2(x - 1)(x - 7)$.

- Donner les racines de f , puis l'équation de l'axe de symétrie de sa courbe.
- Calculer les coordonnées du sommet.
- Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 2 - L'axe en résolvant $f(x) = c$

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

- Calculer $f(0)$, puis résoudre l'équation $f(x) = 5$.
- En déduire l'axe de symétrie et le sommet de la parabole.

Exercice 3 - Une parabole tournée vers le bas

Soit $f(x) = -x^2 + 8x - 7$. Déterminer l'axe de symétrie, le sommet et le tableau de variations de f .

Exercice 4 - Une fonction de la forme $ax^2 + c$

Soit $f(x) = -3x^2 + 12$.

- Quel est l'axe de symétrie de la parabole ? Son sommet ?
- Dresser le tableau de variations.
- Vérifier que -2 et 2 sont des racines de f .

Exercice 5 - Variations d'une forme factorisée

Soit $g(x) = -0,5(x + 2)(x - 6)$.

- Déterminer les racines de g et l'axe de symétrie de sa courbe.
- Calculer l'extremum de g et préciser s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum.

Exercice 6 - Un sommet d'abscisse décimale

Soit $f(x) = 2x^2 - 6x + 1$. Déterminer le sommet de sa parabole et dire s'il correspond à un minimum ou à un maximum.

Exercice 7 - Utiliser la symétrie

La courbe d'une fonction f est une parabole symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 3$. On sait que $f(0) = 11$, $f(1) = 6$, $f(-1) = 18$ et $f(3) = 2$.

- Sans calcul, donner $f(6)$, $f(5)$ et $f(7)$.
- La parabole est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ?

Exercice 8 - Lire l'axe dans un tableau de valeurs

Un tableur donne les valeurs d'une fonction polynôme de degré 2 :

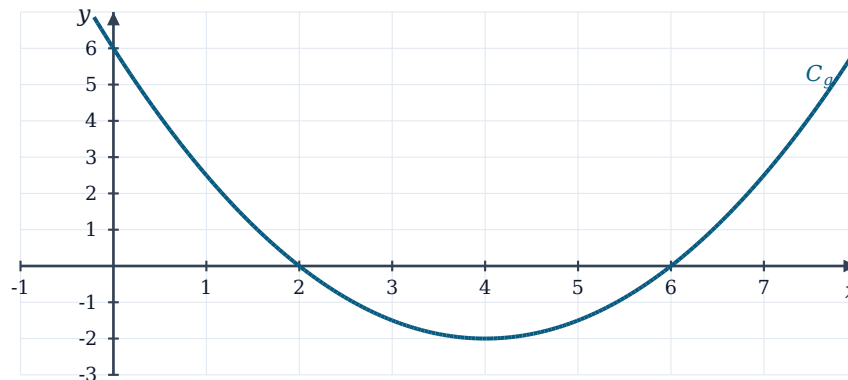
x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-4	1	4	5	4	1	-4

- Déterminer l'axe de symétrie et le sommet.
- Dresser le tableau de variations de f sur $[-1 ; 5]$.
- On admet que $f(x) = -x^2 + 4x + 1$. Vérifier la valeur du sommet.

Exercice 9 - Lire une parabole

On donne la courbe d'une fonction g .

- Lire les racines de g , l'équation de l'axe de symétrie et les coordonnées du sommet.
- Dresser le tableau de variations de g .
- On admet que $g(x) = 0,5(x - 2)(x - 6)$. Vérifier les lectures par le calcul.



La courbe C_g d'une fonction polynôme de degré 2.

Exercice 10 - Un bénéfice maximal

Le bénéfice d'un artisan, en euros, pour q objets vendus dans la semaine, est $B(q) = -2q^2 + 80q - 600$, avec q entre 0 et 40.

- Calculer $B(0)$ et interpréter.
- Déterminer le nombre d'objets qui rend le bénéfice maximal, et ce bénéfice.

Exercice 11 – Un coût unitaire minimal

Le coût de fabrication d'une pièce, en euros, dépend de la température x du four (en dizaines de degrés) selon $C(x) = x^2 - 40x + 500$, pour x entre 0 et 40. Quelle température rend ce coût minimal ? Quel est alors le coût ?

Exercice 12 – L'enclos le plus grand

On reprend l'enclos rectangulaire adossé à un mur, fermé par 40 m de grillage : son aire est $A(x) = x(40 - 2x)$, où x est la largeur en mètres.

- Déterminer les racines de A .
- En déduire la largeur qui rend l'aire maximale, l'aire maximale et les dimensions de l'enclos.

Exercice 13 – Le prix qui maximise la recette

La recette d'un spectacle est $R(p) = -4p(p - 50)$ euros pour un billet à p euros. Démontrer que le prix 25 € rend la recette maximale.

Exercice 14 – Repérer une erreur

Un élève écrit : « $f(x) = -x^2 + 6x$ a pour racines 0 et 6, donc son maximum est atteint en $x = 6$ et vaut $f(6) = 0$. » Corriger.

Exercice 15 – Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = -0,5x^2 + 4x - 6$.

- Déterminer l'axe de symétrie et le sommet de la parabole.
- Vérifier que $f(x) = -0,5(x - 2)(x - 6)$ et en déduire les racines.
- Dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 8]$.