

Plaque 5 – Modéliser une situation économique

Fonctions polynômes du second degré — Première STMG

Exercices

Méthode

Des problèmes complets : traduire la situation par un polynôme de degré 2, trouver le **maximum** ou le **minimum** grâce à l'axe de symétrie, résoudre une **inéquation** pour un seuil, et toujours **interpréter** le résultat dans le contexte (unités, domaine de validité du modèle).

Exercice 1 - Le prix d'un concert

Un organisateur estime qu'avec un billet à p euros, il vendra $600 - 10p$ places, pour p entre 0 et 60.

- Exprimer la recette $R(p)$ et l'écrire sous forme factorisée.
- Quel prix rend la recette maximale ? Combien de places sont alors vendues ?

Exercice 2 - La trajectoire d'un ballon

Un ballon est frappé depuis le sol. Sa hauteur, en mètres, après t secondes, est $h(t) = -5t(t - 4)$.

- Quand le ballon retombe-t-il au sol ?
- Quelle hauteur maximale atteint-il, et à quel instant ?
- Pendant combien de temps est-il à au moins 15 m de hauteur ?

Exercice 3 - Les abonnés d'une application

Le nombre d'abonnés d'une application, en milliers, t mois après son lancement, est modélisé par $N(t) = -2t^2 + 24t + 100$.

- Combien l'application comptait-elle d'abonnés au lancement ?
- Quand le nombre d'abonnés est-il maximal ? Combien sont-ils alors ?
- Au bout de combien de mois retrouve-t-on le nombre d'abonnés du lancement ?

Exercice 4 - Des ventes saisonnières

Les ventes mensuelles d'un article d'été, en milliers d'unités, sont modélisées par $V(t) = -3(t - 2)(t - 10)$, où t est le numéro du mois, de 2 (février) à 10 (octobre).

- Quel mois les ventes sont-elles maximales ? Combien d'articles sont alors vendus ?
- Pendant quels mois les ventes atteignent-elles au moins 36 000 articles ?

Exercice 5 - Un prix et une demande

Un commerçant vend $120 - 2p$ articles par jour quand il les vend p euros l'unité, pour p entre 0 et 60.

- Exprimer la recette journalière $R(p)$.

- b) Déterminer le prix qui maximise la recette.
- c) Pour quels prix la recette est-elle d'au moins 1600 € ?

Exercice 6 - Un coût de production minimal

Le coût de production d'une usine, en centaines d'euros, pour q centaines d'unités, est $C(q) = q^2 - 20q + 150$, pour q entre 0 et 20.

- a) Quelle production rend ce coût minimal ? Quel est ce coût ?
- b) Pour quelles productions le coût ne dépasse-t-il pas 7500 € ?

Exercice 7 - La fréquentation d'un parc de loisirs

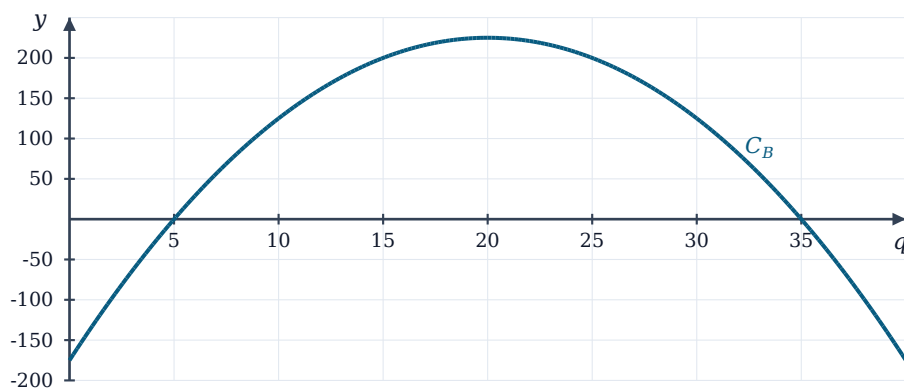
La fréquentation d'un parc de loisirs, en centaines de visiteurs par jour, dépend de la température T (en °C) selon $F(T) = -0,2(T - 5)(T - 45)$, pour T entre 5 et 45.

- a) Quelle température donne la plus forte fréquentation ? Combien de visiteurs ?
- b) Pour quelles températures le parc accueille-t-il au moins 6000 visiteurs ?

Exercice 8 - Lire un graphique de bénéfice

Le graphique représente le bénéfice journalier $B(q)$ d'un atelier, en euros, pour q objets fabriqués.

- a) Lire la zone de rentabilité et le bénéfice maximal.
- b) On admet que $B(q) = -(q - 5)(q - 35)$. Confirmer les lectures par le calcul.



Bénéfice $B(q)$, en euros, pour q objets fabriqués par jour.

Exercice 9 - Le plus grand terrain pour un périmètre donné

On veut clôturer un terrain rectangulaire avec 60 m de clôture. On note x la largeur, en mètres.

- a) Exprimer la longueur, puis l'aire $A(x)$.
- b) Quelles dimensions donnent la plus grande aire ?

Exercice 10 - Deux fournisseurs

Pour q tonnes de marchandise, un premier fournisseur facture $C_1(q) = q^2 + 15$ et un second $C_2(q) = 8q$, en centaines d'euros, pour q entre 0 et 10. Pour quelles quantités

le premier fournisseur est-il le moins cher ?

Exercice 11 - Le rendement d'une parcelle

Le rendement d'une parcelle, en quintaux, dépend de la quantité x d'engrais utilisée (en kg) selon $Y(x) = -0,5x^2 + 20x$, pour x entre 0 et 40.

- Quelle quantité d'engrais donne le meilleur rendement ? Quel est-il ?
- Pour quelles quantités le rendement atteint-il au moins 150 quintaux ?

Exercice 12 - Repérer un modèle utilisé hors de son domaine

Les ventes mensuelles d'un article d'été sont modélisées par $V(t) = -3(t - 2)(t - 10)$ milliers d'unités, pour t entre 2 et 10. Un stagiaire calcule $V(12)$ pour prévoir les ventes de décembre. Commenter.

Exercice 13 - Taux de variation d'un bénéfice

Le bénéfice journalier d'un atelier est $B(q) = -(q - 5)(q - 35)$ euros pour q objets fabriqués.

- Calculer le taux de variation de B entre 10 et 20, puis entre 20 et 30.
- Interpréter ces deux résultats.

Exercice 14 - Une remise qui attire des clients

Un magasin vend 200 abonnements par mois à 40 €. Une étude montre que chaque baisse de 1 € du prix attire 10 abonnés de plus. On note x la baisse de prix, en euros, avec x entre 0 et 40.

- Exprimer le prix, le nombre d'abonnés, puis la recette $R(x)$ en fonction de x .
- Quelle baisse rend la recette maximale ?

Exercice 15 - Synthèse : un fabricant de vélos

Un fabricant vend ses vélos 300 € pièce. Produire q vélos par mois coûte $C(q) = 5q^2 + 50q + 2000$ euros, pour q entre 0 et 50.

- Exprimer le bénéfice $B(q)$ et vérifier que $B(q) = -5(q - 10)(q - 40)$.
- Déterminer la zone de rentabilité.
- Déterminer la production qui maximise le bénéfice, et ce bénéfice.
- Calculer le taux de variation de B entre 20 et 30, et expliquer le résultat.