

Plaquette 1 – Paraboles : allure, images et taux de variation

Fonctions polynômes du second degré — Première STMG

Exercices

Méthode

Reconnaître l'allure d'une parabole à partir de son expression, calculer des images, mesurer un **taux de variation** et lire des solutions sur un graphique. Les contextes sont ceux de la gestion : recette, coût, bénéfice, surface.

Exercice 1 – Vers le haut ou vers le bas ?

Pour chaque fonction, dire si sa parabole est tournée vers le haut ou vers le bas, et donner l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 0.

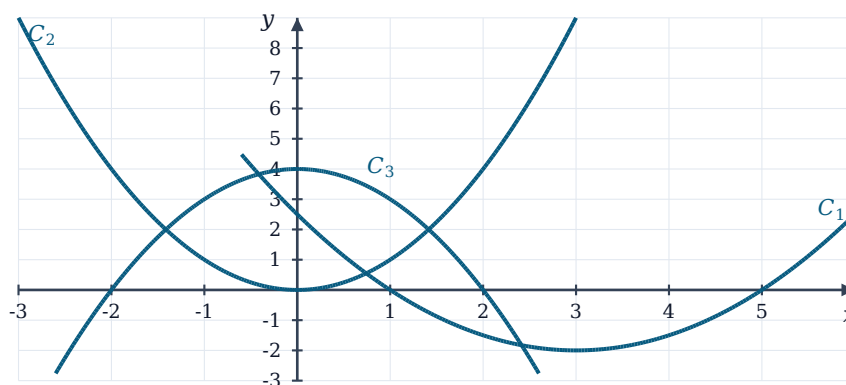
- a) $f(x) = 2x^2$
- b) $g(x) = -0,5x^2 + 3$
- c) $h(x) = x^2 - 4$
- d) $k(x) = -(x - 1)(x - 5)$

Exercice 2 – Calculer des images

Soit $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$. Calculer $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$ et $f(4)$. Que remarque-t-on pour $f(0)$ et $f(4)$?

Exercice 3 – Associer courbes et expressions

On considère $f(x) = x^2$, $g(x) = -x^2 + 4$ et $h(x) = 0,5(x - 1)(x - 5)$. Associer chaque fonction à sa courbe, en justifiant.



Trois paraboles C_1 , C_2 et C_3 .

Exercice 4 – Taux de variation et sécante

Soit $f(x) = x^2$.

- a) Calculer le taux de variation de f entre 1 et 3.
- b) Calculer le taux de variation de f entre -2 et 0.
- c) Interpréter le signe de chaque résultat.

Exercice 5 – Coût d'une production supplémentaire

Le coût de production de q articles est $C(q) = 0,5q^2 + 20q + 300$, en euros.

- Calculer $C(10)$ et $C(20)$.
- Calculer le taux de variation de C entre 10 et 20 et l'interpréter.

Exercice 6 – Taux de variation et sens de variation

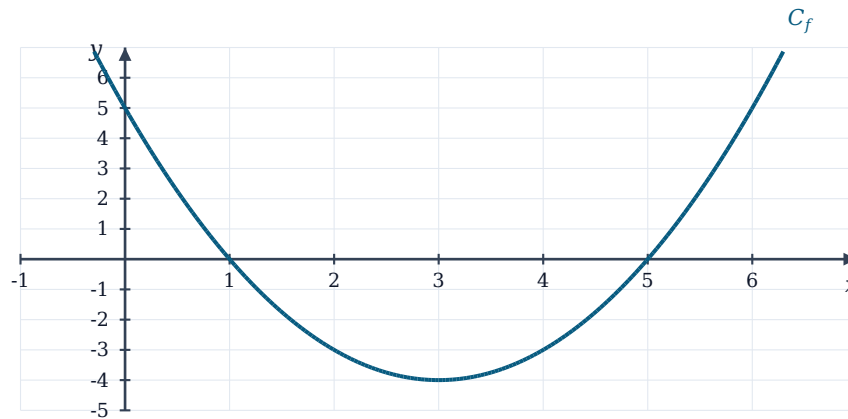
Soit $f(x) = -2x^2 + 3$ sur l'intervalle $[0; 4]$.

- Calculer les taux de variation de f entre 0 et 1, puis entre 1 et 3.
- On admet que tous les taux de variation de f entre deux nombres de $[0; 4]$ sont négatifs. Que peut-on en déduire ?

Exercice 7 – Résoudre graphiquement une équation

On donne la courbe de $f(x) = (x - 1)(x - 5)$.

- Résoudre graphiquement $f(x) = -3$, puis $f(x) = 5$.
- Vérifier les solutions par le calcul.

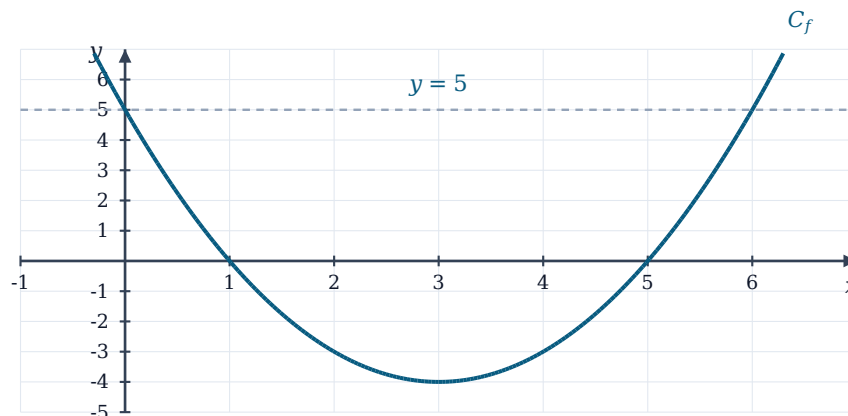


La courbe C_f de $f(x) = (x - 1)(x - 5)$.

Exercice 8 – Résoudre graphiquement une inéquation

Avec la même fonction $f(x) = (x - 1)(x - 5)$, résoudre graphiquement sur $[-1 ; 7]$:

- a) $f(x) < 0$;
- b) $f(x) > 5$.



La courbe de $f(x) = (x - 1)(x - 5)$ et la droite d'équation $y = 5$.

Exercice 9 – Retrouver une expression

Une fonction est de la forme $f(x) = ax^2 + c$. Sa courbe passe par les points $A(0 ; 3)$ et $B(2 ; 11)$.

- a) Déterminer c , puis a .
- b) La parabole est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ?

Exercice 10 – La recette d'un spectacle

Pour un spectacle, la recette (en euros) dépend du prix p du billet selon $R(p) = -4p(p - 50)$, pour p entre 0 et 50 €.

- a) Calculer $R(10)$, $R(25)$ et $R(40)$.
- b) Pour quels prix la recette est-elle nulle ? Interpréter.
- c) Quelle conjecture peut-on faire sur le prix qui rend la recette maximale ?

Exercice 11 – Un enclos contre un mur

Un éleveur dispose de 40 m de grillage pour fermer un enclos rectangulaire adossé à un mur : le mur forme un côté, le grillage les trois autres. On note x la largeur (en m), perpendiculaire au mur.

- a) Exprimer la longueur parallèle au mur, puis l'aire $A(x)$, en fonction de x .
- b) Calculer $A(5)$, $A(10)$ et $A(15)$.

Exercice 12 – Vitesse moyenne d'une voiture qui accélère

Au démarrage, une voiture parcourt $d(t) = 2t^2$ mètres en t secondes, pour t entre 0 et 8.

- a) Calculer la distance parcourue après 1 s, puis après 3 s.
- b) Calculer la vitesse moyenne entre $t = 1$ et $t = 3$, puis entre $t = 3$ et $t = 5$.

Exercice 13 – Repérer la symétrie dans un tableau

Un tableur affiche les valeurs de $f(x) = x^2 - 6x + 8$:

x	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	8	3	0	-1	0	3	8

- a) Vérifier deux valeurs du tableau.
- b) Quelle symétrie observe-t-on ? En déduire une conjecture sur la courbe.

Exercice 14 – Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) La courbe de $f(x) = -3x^2 + 2$ est tournée vers le bas.
- b) La courbe de $g(x) = 2(x + 1)(x - 3)$ passe par le point $(0 ; -6)$.
- c) Le taux de variation de $h(x) = x^2$ entre -3 et 3 est nul.
- d) La courbe de $k(x) = 5 - x^2$ est tournée vers le haut.

Exercice 15 – Synthèse : un modèle de bénéfice

Une entreprise fabrique q centaines d'objets, avec q entre 0 et 60. Son bénéfice, en centaines d'euros, est modélisé par $B(q) = -5(q - 20)(q - 40)$.

- a) Développer $B(q)$.
- b) Calculer $B(10)$, $B(20)$, $B(30)$, $B(40)$ et $B(50)$.
- c) Décrire l'allure de la courbe et interpréter les résultats.