

Plaquette 3 - Racines et forme factorisée

Fonctions polynômes du second degré — Première STMG

Exercices

Méthode

Lire les **racines** sur une forme factorisée, **vérifier** qu'un nombre est racine, **factoriser** dans les cas simples (facteur commun, identité remarquable, racine connue) et résoudre une équation du second degré sans discriminant. Quand aucune racine n'est évidente, on encadre la solution par balayage.

Exercice 1 - Lire des racines

Donner les racines de chaque fonction.

- a) $f(x) = 3(x - 2)(x + 5)$
- b) $g(x) = -(x + 1)(x - 4)$
- c) $h(x) = 2x(x - 3)$
- d) $k(x) = 0,5(x + 6)^2$

Exercice 2 - Vérifier qu'un nombre est racine

Soit $f(x) = x^2 - 5x + 6$.

- a) Les nombres 1, 2 et 3 sont-ils des racines de f ?
- b) En déduire une forme factorisée de $f(x)$, et la contrôler.

Exercice 3 - Équations produit nul

Résoudre les équations suivantes.

- a) $(2x - 6)(x + 1) = 0$
- b) $x(5 - x) = 0$
- c) $-4(x - 0,5)(3x + 9) = 0$

Exercice 4 - Mettre x en facteur

Factoriser, puis donner les racines.

- a) $f(x) = x^2 - 7x$
- b) $g(x) = 3x^2 + 12x$
- c) $h(x) = -2x^2 + 10x$

Exercice 5 - Une identité remarquable

Factoriser à l'aide d'une identité remarquable, puis résoudre l'équation $f(x) = 0$.

- a) $f(x) = x^2 - 9$
- b) $f(x) = 4x^2 - 25$
- c) $f(x) = 2x^2 - 32$

Exercice 6 – Factoriser grâce à une racine connue

Soit $f(x) = x^2 - x - 6$.

- Vérifier que 3 est une racine de f .
- On cherche $f(x)$ sous la forme $(x - 3)(x + b)$. Développer cette forme et en déduire b .
- Donner les deux racines de f .

Exercice 7 – Contrôler une factorisation

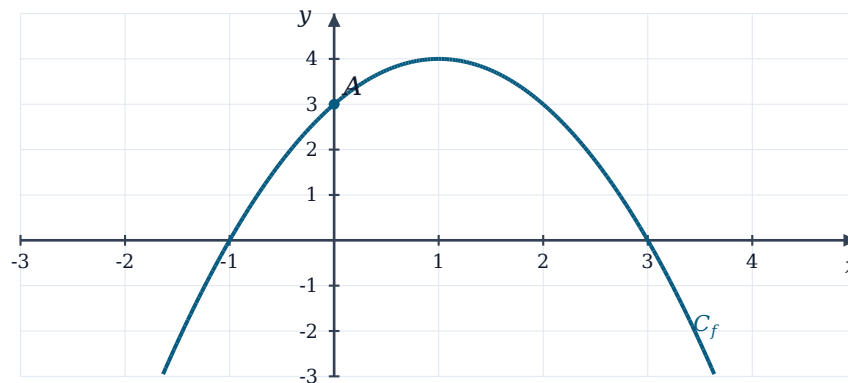
Un logiciel affiche : « $2x^2 - 10x + 8 = 2(x - 1)(x - 4)$ ».

- Vérifier cette égalité en développant.
- Vérifier par un autre moyen que 1 et 4 sont des racines de $2x^2 - 10x + 8$.

Exercice 8 – Des racines lues sur un graphique

On donne la courbe d'une fonction polynôme f de degré 2.

- Lire les racines de f .
- On cherche $f(x)$ sous la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$. Déterminer a grâce au point A.
- Contrôler avec un autre point de la courbe.



La courbe d'une fonction polynôme f de degré 2, qui passe par A(0; 3).

Exercice 9 – Trouver le coefficient a

Une parabole coupe l'axe des abscisses en 1 et en 5, et passe par le point (3; -8). Déterminer l'expression de la fonction correspondante, puis son sommet.

Exercice 10 – Chercher une racine évidente

Soit $f(x) = x^2 + 4x - 5$.

- Calculer $f(1)$, $f(-1)$ et $f(2)$. Quelle racine a-t-on trouvée ?
- Factoriser $f(x)$ et donner l'autre racine.

Exercice 11 - Le seuil de rentabilité

Le bénéfice d'une entreprise, en centaines d'euros, pour q centaines d'objets, est $B(q) = -5q^2 + 300q - 4000$.

- Vérifier que $B(q) = -5(q - 20)(q - 40)$.
- Pour quelles productions le bénéfice est-il nul ? Interpréter.

Exercice 12 - Une équation à ramener à zéro

Résoudre l'équation $x^2 - 6x + 5 = -3$.

Exercice 13 - Encadrer une racine par balayage

On cherche la racine positive de $f(x) = x^2 - 2$, qui n'est pas un nombre décimal.

- Calculer $f(1)$ et $f(2)$. Que peut-on en déduire ?
- Avec un pas de 0,1, puis de 0,01, encadrer cette racine.

Exercice 14 - Repérer une erreur de signe

Un élève affirme que les racines de $f(x) = 2(x + 3)(x - 4)$ sont 3 et -4 . Corriger.

Exercice 15 - Synthèse : les dimensions d'un jardin

Un jardin rectangulaire a une longueur de 4 m de plus que sa largeur x , et une aire de 60 m².

- Montrer que x vérifie $x^2 + 4x - 60 = 0$.
- Vérifier que 6 est une racine, puis factoriser $x^2 + 4x - 60$.
- En déduire les dimensions du jardin.