

## Plaquette 4 - Signe d'une forme factorisée et inéquations

### Fonctions polynômes du second degré — Première STMG

#### Exercices

#### Méthode

Étudier le **signe** d'un polynôme de degré 2 écrit sous forme factorisée, à l'aide d'un **tableau de signes**, puis résoudre des inéquations : zone de rentabilité, budget à respecter, comparaison de deux fonctions. Quand l'expression n'est pas factorisée, on la ramène d'abord à 0, puis on la factorise.

#### Exercice 1 - Un premier tableau de signes

Étudier le signe de  $f(x) = (x - 2)(x - 6)$  selon les valeurs de  $x$ .

#### Exercice 2 - Avec un coefficient négatif

Étudier le signe de  $g(x) = -3(x + 1)(x - 4)$ .

#### Exercice 3 - Quand $x$ est un facteur

Étudier le signe de  $h(x) = 2x(x - 5)$ , puis résoudre  $h(x) < 0$ .

#### Exercice 4 - Factoriser avant d'étudier le signe

Étudier le signe de  $f(x) = x^2 - 16$ , puis résoudre  $f(x) \geq 0$ .

#### Exercice 5 - Une inéquation large

Résoudre l'inéquation  $(x - 1)(x - 7) \leq 0$ .

#### Exercice 6 - Une inéquation stricte

Résoudre  $-2(x - 3)(x + 2) > 0$ .

#### Exercice 7 - Ramener à une forme factorisée

Résoudre  $x^2 < 4x$ .

#### Exercice 8 - Une inéquation avec un second membre

Résoudre  $x^2 - 6x + 5 \geq -3$ .

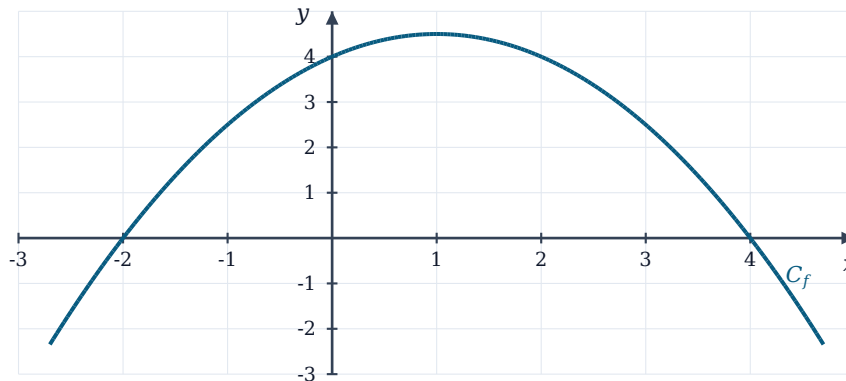
#### Exercice 9 - La zone de rentabilité

Le bénéfice d'une entreprise, en centaines d'euros, est  $B(q) = -5(q - 20)(q - 40)$ , où  $q$  est le nombre de centaines d'objets fabriqués, entre 0 et 60. Pour quelles productions l'entreprise est-elle rentable ?

**Exercice 10 – Lire un signe sur un graphique**

On donne la courbe de  $f(x) = -0,5(x + 2)(x - 4)$ .

- Lire graphiquement le signe de  $f(x)$ .
- Retrouver ce résultat par un tableau de signes.



La courbe  $C_f$  de  $f(x) = -0,5(x + 2)(x - 4)$ .

**Exercice 11 – Respecter un coût maximal**

Le coût de fabrication d'une pièce est  $C(x) = x^2 - 40x + 500$  euros, où  $x$  (entre 0 et 40) est la température du four en dizaines de degrés. Pour quelles températures ce coût ne dépasse-t-il pas 200 € ?

**Exercice 12 – Comparer deux fonctions**

Soit  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = 2x + 3$ . Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  $f(x) < g(x)$  ?

**Exercice 13 – Le signe sur un intervalle d'étude**

Soit  $f(x) = (x - 1)(x - 3)$ , étudiée sur l'intervalle  $[0; 5]$ . Dresser son tableau de signes sur cet intervalle et résoudre  $f(x) > 0$ .

**Exercice 14 – Une recette d'au moins 1600 euros**

La recette d'un spectacle est  $R(p) = -4p(p - 50)$  euros, pour un billet à  $p$  euros, avec  $p$  entre 0 et 50. Pour quels prix la recette atteint-elle au moins 1600 € ?

**Exercice 15 – Synthèse : rentabilité d'une production**

Une entreprise vend chaque article 90 €. Le coût de production de  $q$  articles est  $C(q) = q^2 + 10q + 1200$  euros, pour  $q$  entre 0 et 80.

- Montrer que le bénéfice est  $B(q) = -q^2 + 80q - 1200$ .
- Vérifier que  $B(q) = -(q - 20)(q - 60)$ .
- Déterminer la zone de rentabilité et le bénéfice maximal.