

Plaquette 5 – Fonction inverse et coûts moyens

Fonctions du second degré et inverse – Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

La fonction inverse.

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{définie pour } x \neq 0$$

Propriété	Énoncé
ensemble de définition	tous les réels sauf 0
variations	décroissante sur $] -\infty ; 0[$ et sur $] 0 ; +\infty[$
signe	du signe de x
courbe	une hyperbole , en deux branches

△ Elle n'est **jamais** décroissante sur $\mathbb{R}$ tout entier : les deux branches sont séparées.

Le coût moyen. Si le coût total est $C(x)$ pour x unités :

$$CM(x) = \frac{C(x)}{x}$$

Pour un coût $C(x) = ax + b$ avec des charges fixes b :

$$CM(x) = a + \frac{b}{x}$$

Terme	Interprétation
a	le coût variable unitaire
$\frac{b}{x}$	les charges fixes réparties sur la production

Conséquence économique. Le coût moyen **décroît** quand la production augmente et se rapproche de a sans jamais l'atteindre : c'est l'**économie d'échelle**.

Résoudre $\frac{k}{x} = m$. On obtient $x = \frac{k}{m}$, à condition que $m \neq 0$.

Comparer deux inverses. Pour x et y strictement positifs, $x < y$ entraîne $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$: l'ordre est **inversé**.

Correction de l'exercice 1 – Calculer des images

- **Calcul de** $f(0,25) : \frac{1}{0,25} \checkmark$
- **Valeur** : 4 $\checkmark$
- **Interprétation** : diviser par 0,25 revient à multiplier par 4 $\checkmark$
- **Calcul de** $f(8) : \frac{1}{8} \checkmark$
- **Valeur** : 0,125 $\checkmark$
- **Calcul de** $f(-0,5) : \frac{1}{-0,5} \checkmark$
- **Valeur** : -2 $\checkmark$

— **Calcul de $f(-4)$** : $\frac{1}{-4}$ ✓

— **Valeur** : $-0,25$ ✓

— **Bilan** :

$$4 \cdot 0,125 \cdot -2 \cdot -0,25$$

— **Observation** : le signe de l'image suit celui de x ✓

— **Image de 1** : 1 ✓

— **Image de -1** : -1 ✓

— **Interprétation** : ces deux nombres sont leur propre inverse ✓

— **Image de 0** : impossible ✓

— **Raison** : la division par zéro n'a pas de sens ✓

— **Comportement pour de très grandes valeurs** : l'image tend vers 0 ✓

— **Contrôle** : $f(1000) = 0,001$ ✓

— **Comportement près de zéro** : l'image devient énorme ✓

— **Contrôle** : $f(0,001) = 1000$ ✓

Réponse. $4 \cdot 0,125 \cdot -2 \cdot -0,25$.

Correction de l'exercice 2 - Variations de la fonction inverse

a) **Comparaison des antécédents** : $3 < 7$ ✓

— **Les deux sont positifs** ✓

— **Règle** : la fonction inverse est décroissante sur les positifs ✓

— **Conséquence** : l'ordre est inversé ✓

— **Conclusion** :

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{7}$$

— **Contrôle numérique** : $0,333 > 0,143$ ✓

b) **Comparaison des antécédents** : $-5 < -2$ ✓

— **Les deux sont négatifs** ✓

— **Règle** : décroissante sur les négatifs aussi ✓

— **Conséquence** : l'ordre est inversé ✓

— **Conclusion** :

$$\frac{1}{-5} > \frac{1}{-2}$$

— **Contrôle numérique** : $-0,2 > -0,5$ ✓

c) **Attention** : les antécédents sont de signes contraires ✓

— **On ne peut pas appliquer la décroissance** ✓

— **Raison** : les deux branches sont séparées ✓

— **Signe de $\frac{1}{-3}$** : négatif ✓

— **Signe de $\frac{1}{4}$** : positif ✓

— **Conclusion** :

$$\frac{1}{-3} < \frac{1}{4}$$

— **Contrôle numérique** : $-0,333 < 0,25$ ✓

— **Piège** : appliquer la décroissance à travers zéro ✓

- **Ce que cela donnerait** : $-3 < 4$ donc $\frac{1}{-3} > \frac{1}{4}$, faux ✓
 - **Règle à retenir** : comparer les inverses seulement à l'intérieur d'une branche ✓
- Réponse.** a) $\frac{1}{3} > \frac{1}{7}$ · b) $\frac{1}{-5} > \frac{1}{-2}$ · c) $\frac{1}{-3} < \frac{1}{4}$.

Correction de l'exercice 3 - Résoudre une équation

a) **Produit en croix** : $1 = 5x$ ✓

— **Solution** :

$$x = 0,2$$

— **Vérification** : $\frac{1}{0,2} = 5$ ✓

b) **Produit en croix** : $12 = 3x$ ✓

— **Solution** :

$$x = 4$$

— **Vérification** : $\frac{12}{4} = 3$ ✓

c) **Analyse** : une fraction est nulle si son numérateur l'est ✓

— **Numérateur** : 1, jamais nul ✓

— **Conclusion** :

aucune solution

— **Interprétation graphique** : l'hyperbole ne coupe jamais l'axe des abscisses ✓

— **Comportement** : la courbe s'en approche sans le toucher ✓

— **Vocabulaire** : l'axe des abscisses est une **asymptote** ✓

— **Autre asymptote** : l'axe des ordonnées ✓

— **Résolution de** $\frac{1}{x} = -2$: $x = -0,5$ ✓

— **Vérification** : $\frac{1}{-0,5} = -2$ ✓

— **Résolution de** $\frac{18}{x} = 4,5$: $x = 4$ ✓

— **Vérification** : $\frac{18}{4} = 4,5$ ✓

— **Règle générale** : $\frac{k}{x} = m$ donne $x = \frac{k}{m}$ si $m \neq 0$ ✓

Réponse. a) $x = 0,2$ · b) $x = 4$ · c) aucune solution.

Correction de l'exercice 4 - Un coût moyen

a) **Définition** : $CM(x) = \frac{C(x)}{x}$ ✓

— **Substitution** : $\frac{15x + 72\,000}{x}$ ✓

— **Séparation des termes** :

$$CM(x) = 15 + \frac{72\,000}{x}$$

— **Interprétation de 15** : le coût variable unitaire ✓

— **Interprétation du second terme** : les charges fixes réparties ✓

b) **Pour 500 unités** : $15 + \frac{72\,000}{500}$ ✓

— **Quotient** : 144 ✓

— **Résultat :**

159 €

— **Pour 1500 unités :** $15 + 48$ ✓

— **Résultat :** 63 € ✓

— **Pour 3000 unités :** $15 + 24$ ✓

— **Résultat :**

39 €

c) **Observation :** le coût moyen **baisse** ✓

— **Explication :** les charges fixes se répartissent sur plus d'unités ✓

— **Nom du phénomène :** les économies d'échelle ✓

— **Limite du coût moyen :** il tend vers 15 € ✓

— **Raison :** le terme en $\frac{1}{x}$ tend vers 0 ✓

— **Coût moyen pour 10 000 unités :** 22,20 € ✓

— **Coût moyen pour 100 000 unités :** 15,72 € ✓

— **Constat :** on s'approche de 15 € sans jamais l'atteindre ✓

— **Coût moyen jamais inférieur à 15 €** ✓

Réponse. a) $CM(x) = 15 + \frac{72\,000}{x}$ · b) 159 €, 63 € et 39 € · c) il baisse et tend vers 15 €.

Correction de l'exercice 5 - Atteindre un coût moyen

— **Équation :** $15 + \frac{72\,000}{x} = 45$ ✓

— **On retranche 15 :** $\frac{72\,000}{x} = 30$ ✓

— **Produit en croix :** $72\,000 = 30x$ ✓

— **Division par 30 :** $x = \frac{72\,000}{30}$ ✓

— **Résultat :**

$x = 2400$ unités

— **Vérification :** $\frac{72\,000}{2400} = 30$ ✓

— **Coût moyen :** $15 + 30 = 45$ € ✓

— **Concordance** ✓

— **Coût total correspondant :** $15 \times 2400 + 72\,000$ ✓

— **Calcul :** $36\,000 + 72\,000$ ✓

— **Valeur :** 108 000 € ✓

— **Contrôle :** $\frac{108\,000}{2400} = 45$ € ✓

— **Concordance** ✓

— **Production pour un coût moyen de 30 € :** $\frac{72\,000}{15}$ ✓

— **Valeur :** 4800 unités ✓

— **Production pour un coût moyen de 20 € :** $\frac{72\,000}{5}$ ✓

— **Valeur :** 14 400 unités ✓

— **Production pour 15 € :** impossible ✓

— **Raison :** il faudrait diviser par zéro ✓

— **Conclusion :** 15 € est une limite inatteignable ✓

Réponse. 2400 unités.

Correction de l'exercice 6 – Respecter un coût moyen maximal

- **Inéquation** : $15 + \frac{72\,000}{x} < 40$ ✓
- **On retranche 15** : $\frac{72\,000}{x} < 25$ ✓
- **Contexte** : x est strictement positif ✓
- **Multiplication par x** : le sens ne change pas ✓
- **Inéquation obtenue** : $72\,000 < 25x$ ✓
- **Division par 25** : $x > \frac{72\,000}{25}$ ✓
- **Résultat** :
$$x > 2880 \text{ unités}$$

- **Premier entier** : 2881 ✓
- **Contrôle pour $x = 2880$** : $\frac{72\,000}{2880} = 25$ ✓
- **Coût moyen** : exactement 40 € ✓
- **Cohérence avec l'inégalité stricte** ✓
- **Contrôle pour $x = 3000$** : $15 + 24 = 39$ € ✓
- **Coût moyen inférieur à 40 €** ✓
- **Contrôle pour $x = 2000$** : $15 + 36 = 51$ € ✓
- **Coût moyen supérieur** ✓
- **Précaution** : on ne multiplie par x que parce qu'il est positif ✓
- **Si x pouvait être négatif** : le sens de l'inégalité changerait ✓
- **Ici** : une production négative n'a aucun sens ✓

Réponse. À partir de 2881 unités (le coût moyen vaut exactement 40 € à 2880).

Correction de l'exercice 7 – Deux structures de coût

a) **Coût moyen de A** :

$$CM_A(x) = 20 + \frac{48\,000}{x}$$

– **Coût moyen de B** :

$$CM_B(x) = 28 + \frac{16\,000}{x}$$

b) **Pour 1000 unités, atelier A** : $20 + 48$ ✓

- **Valeur** : 68 € ✓
- **Atelier B** : $28 + 16$ ✓
- **Valeur** : 44 € ✓
- **Comparaison** : B est moins cher ✓
- **Pour 6000 unités, atelier A** : $20 + 8$ ✓
- **Valeur** : 28 € ✓
- **Atelier B** : $28 + \frac{16\,000}{6000}$ ✓
- **Quotient** : $\approx 2,67$ ✓
- **Valeur** :

$$\approx 30,67 \text{ €}$$

– **Comparaison** : A devient moins cher ✓

c) **Égalité des coûts moyens** : $20 + \frac{48\,000}{x} = 28 + \frac{16\,000}{x}$ ✓

- **On retranche 20** : $\frac{48\,000}{x} = 8 + \frac{16\,000}{x}$ ✓
- **On retranche le second quotient** : $\frac{32\,000}{x} = 8$ ✓
- **Produit en croix** : $32\,000 = 8x$ ✓
- **Résultat** :

$$x = 4000 \text{ unités}$$

- **Contrôle** : $CM_A(4000) = 20 + 12 = 32 \text{ €}$ ✓
- **Et** : $CM_B(4000) = 28 + 4 = 32 \text{ €}$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Conclusion** : au-delà de 4000 unités, l'atelier A est préférable ✓

Réponse. a) $20 + \frac{48\,000}{x}$ et $28 + \frac{16\,000}{x}$ · b) 68 € contre 44 €, puis 28 € contre 30,67 € · c) au-delà de 4000 unités.

Correction de l'exercice 8 - Un prix et une quantité

- a) **Relation** : $x \times p = 18\,000$ ✓

- **Isolement** :

$$p = \frac{18\,000}{x}$$

- **Nature** : une fonction inverse ✓
- **Variations** : décroissante sur les positifs ✓

- b) **Pour 200 articles** : $\frac{18\,000}{200}$ ✓

- **Valeur** : 90 € ✓
- **Pour 450 articles** : $\frac{18\,000}{450}$ ✓
- **Valeur** : 40 € ✓
- **Pour 900 articles** : $\frac{18\,000}{900}$ ✓

- **Valeur** :

$$20 \text{ €}$$

- c) **Équation** : $\frac{18\,000}{x} = 25$ ✓

- **Produit en croix** : $18\,000 = 25x$ ✓
- **Résultat** :

$$x = 720 \text{ articles}$$

- **Vérification** : $720 \times 25 = 18\,000 \text{ €}$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Observation** : doubler la quantité divise le prix par deux ✓
- **Contrôle** : de 450 à 900, le prix passe de 40 à 20 € ✓
- **Nature de la relation** : inversement proportionnelle ✓
- **Produit constant** : 18 000 ✓
- **Contrôle** : $200 \times 90 = 18\,000$ ✓
- **Et** : $720 \times 25 = 18\,000$ ✓
- **Prix pour 1 article** : 18 000 € ✓
- **Prix pour 18 000 articles** : 1 € ✓

Réponse. a) $p = \frac{18\,000}{x}$ · b) 90 €, 40 € et 20 € · c) 720 articles.

Correction de l'exercice 9 - Coût moyen et coût marginal

a) **Calcul de $C(20)$** : $0,5 \times 400 + 800 + 800$ ✓

— **Premier terme** : 200 ✓

— **Somme** : $200 + 800 + 800$ ✓

— **Résultat** :

1800 €

— **Calcul de $C(40)$** : $0,5 \times 1600 + 1600 + 800$ ✓

— **Premier terme** : 800 ✓

— **Somme** : $800 + 1600 + 800$ ✓

— **Résultat** :

3200 €

b) **Coût moyen** : $\frac{C(x)}{x}$ ✓

— **Séparation des termes** :

$$CM(x) = 0,5x + 40 + \frac{800}{x}$$

— **Structure** : un terme croissant, une constante, un terme décroissant ✓

c) **Pour 20 unités** : $10 + 40 + 40$ ✓

— **Résultat** :

90 €

— **Contrôle** : $\frac{1800}{20} = 90$ € ✓

— **Pour 40 unités** : $20 + 40 + 20$ ✓

— **Résultat** :

80 €

— **Contrôle** : $\frac{3200}{40} = 80$ € ✓

— **Concordance** ✓

— **Coût moyen pour 30 unités** : $15 + 40 + \frac{800}{30}$ ✓

— **Quotient** : $\approx 26,67$ ✓

— **Valeur** : $\approx 81,67$ € ✓

— **Observation** : le coût moyen n'est pas toujours décroissant ✓

— **Coût moyen pour 50 unités** : $25 + 40 + 16 = 81$ € ✓

— **Constat** : il remonte ✓

— **Explication** : le terme en $0,5x$ finit par l'emporter ✓

Réponse. a) 1800 € et 3200 € · b) $CM(x) = 0,5x + 40 + \frac{800}{x}$ · c) 90 € et 80 €.

Correction de l'exercice 10 - Un partage

a) **Relation** :

$$p(n) = \frac{960}{n}$$

— **Nature** : une fonction inverse ✓

— **Ensemble de définition** : les entiers strictement positifs ✓

b) **Pour 8 personnes** : $\frac{960}{8}$ ✓

— **Valeur** : 120 € ✓

— **Pour 12 personnes** : $\frac{960}{12}$ ✓

— **Valeur** : 80 € ✓

— **Pour 16 personnes** : $\frac{960}{16}$ ✓

— **Valeur** :

60 €

c) **Équation** : $\frac{960}{n} = 48$ ✓

— **Produit en croix** : $960 = 48n$ ✓

— **Résultat** :

$n = 20$ personnes

— **Vérification** : $20 \times 48 = 960$ € ✓

— **Concordance** ✓

— **Observation** : doubler l'effectif divise la part par deux ✓

— **Contrôle** : de 8 à 16, la part passe de 120 à 60 € ✓

— **Effet d'une personne de plus, de 12 à 13** ✓

— **Nouvelle part** : $\approx 73,85$ € ✓

— **Économie** : $\approx 6,15$ € ✓

— **Effet de 19 à 20 personnes** : de $\approx 50,53$ € à 48 € ✓

— **Économie** : $\approx 2,53$ € ✓

— **Constat** : l'économie marginale diminue ✓

— **Explication** : c'est la décroissance de la fonction inverse ✓

Réponse. a) $p(n) = \frac{960}{n}$ · b) 120 €, 80 € et 60 € · c) 20 personnes.

Correction de l'exercice 11 - Une vitesse moyenne

a) **Relation** : distance = vitesse $\times$ durée ✓

— **Isolement** :

$$t(v) = \frac{540}{v}$$

— **Nature** : une fonction inverse ✓

b) **À 90 km/h** : $\frac{540}{90}$ ✓

— **Valeur** :

6 heures

— **À 120 km/h** : $\frac{540}{120}$ ✓

— **Valeur** : 4,5 h ✓

— **Soit** : 4 h 30 ✓

c) **Durée visée** : 4,5 h ✓

— **Équation** : $\frac{540}{v} = 4,5$ ✓

— **Produit en croix** : $540 = 4,5v$ ✓

— **Résultat** :

$$v = 120 \text{ km/h}$$

- **Concordance avec b)** ✓
- **Gain de temps entre 90 et 120 km/h** : 1,5 h ✓
- **Augmentation de vitesse** : 33,3 % ✓
- **Réduction de durée** : 25 % ✓
- **Observation** : les pourcentages diffèrent ✓
- **Explication** : la relation est inverse, pas proportionnelle ✓
- **Durée à 60 km/h** : 9 h ✓
- **Durée à 135 km/h** : 4 h ✓
- **Vitesse pour 3 h** : 180 km/h ✓
- **Appréciation** : hors limitations légales ✓

Réponse. a) $t(v) = \frac{540}{v}$ · b) 6 h et 4 h 30 · c) 120 km/h.

Correction de l'exercice 12 - Deux offres de coût

a) **Pour 300** : $12 + \frac{9000}{300}$ ✓

- **Quotient** : 30 ✓
- **Résultat** :

42 €

- **Pour 1000** : $12 + 9$ ✓
- **Résultat** :

21 €

b) **Inéquation** : $12 + \frac{9000}{x} < 30$ ✓

- **On retranche 12** : $\frac{9000}{x} < 18$ ✓
- **x strictement positif** : le sens est préservé ✓
- **Multiplication par x** : $9000 < 18x$ ✓
- **Division par 18** : $x > 500$ ✓
- **Résultat** :

$$x > 500$$

- **Contrôle pour x = 500** : $12 + 18 = 30$ € ✓
- **Égalité exacte** ✓
- **Contrôle pour x = 600** : $12 + 15 = 27$ € ✓
- **Coût moyen inférieur à 30 €** ✓

c) **Équation** : $12 + \frac{9000}{x} = 10$ ✓

- **On retranche 12** : $\frac{9000}{x} = -2$ ✓
- **Conséquence** : x devrait être négatif ✓
- **Valeur** : $x = -4500$ ✓
- **Contexte** : une quantité est positive ✓
- **Conclusion** :

non, c'est impossible

- **Explication** : le coût moyen reste toujours supérieur à 12 € ✓
- **Limite** : il tend vers 12 € sans l'atteindre ✓

— **Contrôle pour** $x = 100\,000 : 12,09 \text{ €}$ ✓

— **Confirmation** ✓

Réponse. a) 42 € et 21 € · b) au-delà de 500 unités · c) non, le coût moyen reste supérieur à 12 €.

Correction de l'exercice 13 - Une hyperbole à lire

a) **Point** $(1; 1) : \frac{1}{1} = 1$ ✓

— **Point** $(0,5; 2) : \frac{1}{0,5} = 2$ ✓

— **Point** $(4; 0,25) : \frac{1}{4} = 0,25$ ✓

— **Point** $(-1; -1) : \frac{1}{-1} = -1$ ✓

— **Point** $(-2; -0,5)$ ✓

— **Symétrie remarquable** : la courbe est symétrique par rapport à l'origine ✓

— **Justification** : $f(-x) = -f(x)$ ✓

b) **Calcul de** $f(100) : 0,01$ ✓

— **Calcul de** $f(10\,000) : 0,0001$ ✓

— **Comportement** :

$f(x)$ se rapproche de 0

— **Sans jamais l'atteindre** ✓

— **Vocabulaire** : l'axe des abscisses est une asymptote ✓

c) **Calcul de** $f(0,1) : 10$ ✓

— **Calcul de** $f(0,01) : 100$ ✓

— **Calcul de** $f(0,0001) : 10\,000$ ✓

— **Comportement** :

$f(x)$ devient arbitrairement grand

— **Vocabulaire** : l'axe des ordonnées est une asymptote ✓

— **Interprétation économique** : produire très peu rend le coût unitaire énorme ✓

— **Interprétation de b)** : produire beaucoup dilue les charges fixes ✓

— **Les deux branches** : elles ne se rejoignent jamais ✓

— **Raison** : la fonction n'est pas définie en 0 ✓

Réponse. a) $(1; 1)$, $(0,5; 2)$, $(4; 0,25)$, $(-1; -1)$ · b) elle tend vers 0 · c) elle devient très grande.

Correction de l'exercice 14 - Un coût moyen minimal

a) **Coût moyen** : $\frac{C(x)}{x}$ ✓

— **Séparation** :

$$CM(x) = 2x + 50 + \frac{1800}{x}$$

b) **Pour** 20 : $40 + 50 + 90$ ✓

— **Résultat** :

180 €

— **Pour** 30 : $60 + 50 + 60$ ✓

— **Résultat :**

170 €

— **Pour** 40 : $80 + 50 + 45$ ✓

— **Résultat :**

175 €

c) **Observation** : le coût moyen baisse puis remonte ✓

— **Minimum** : entre 20 et 40 unités ✓

— **Valeur la plus basse trouvée** : 170 € en $x = 30$ ✓

— **Contrôle pour** $x = 28$: $56 + 50 + \frac{1800}{28}$ ✓

— **Quotient** : $\approx 64,29$ ✓

— **Valeur** : $\approx 170,29$ € ✓

— **Contrôle pour** $x = 32$: $64 + 50 + 56,25$ ✓

— **Valeur** : 170,25 € ✓

— **Constat** : le minimum est proche de 30 ✓

— **Explication du phénomène** : deux effets contraires ✓

— **Premier effet** : les charges fixes se diluent ✓

— **Second effet** : le coût variable unitaire augmente ✓

— **Point d'équilibre** : $2x = \frac{1800}{x}$ ✓

— **Résolution** : $x^2 = 900$, donc $x = 30$ ✓

— **Concordance** ✓

Réponse. a) $CM(x) = 2x + 50 + \frac{1800}{x}$ · b) 180 €, 170 € et 175 € · c) autour de 30 unités.

Correction de l'exercice 15 - Repérer une erreur

— **Première erreur** : la formulation de la décroissance ✓

— **Énoncé correct** : décroissante **sur chaque intervalle** séparément ✓

— **Précisément** : sur $] -\infty ; 0[$ et sur $] 0 ; +\infty[$ ✓

— **Ce qui est faux** : dire « décroissante sur $\mathbb{R}$ privé de 0 » ✓

— **Raison** : on ne peut pas comparer à travers la coupure ✓

— **Seconde erreur** : la conclusion $\frac{1}{-2} > \frac{1}{3}$ ✓

— **Calcul de** $\frac{1}{-2}$: $-0,5$ ✓

— **Calcul de** $\frac{1}{3}$: $\approx 0,333$ ✓

— **Comparaison correcte** :

$$\frac{1}{-2} < \frac{1}{3}$$

— **Justification simple** : un négatif est toujours inférieur à un positif ✓

— **Méthode fiable pour comparer des inverses** ✓

— **Premier réflexe** : regarder les **signes** ✓

— **Second réflexe** : si même signe, appliquer la décroissance ✓

— **Exemple correct** : $2 < 5$ donne $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ ✓

— **Autre exemple** : $-5 < -2$ donne $\frac{1}{-5} > \frac{1}{-2}$ ✓

— **Contrôle** : $-0,2 > -0,5$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Leçon** : la courbe a deux branches, jamais reliées ✓

Réponse. $\frac{1}{-2} = -0,5 < \frac{1}{3}$: la décroissance ne s'applique que dans une même branche.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un atelier complet

a) **Coût moyen** :

$$CM(x) = 18 + \frac{54\,000}{x}$$

— **Coût variable unitaire** : 18 € ✓

— **Charges fixes** : 54 000 € ✓

b) **Recette** : $30x$ ✓

— **Bénéfice** : recette moins coût ✓

— **Calcul** : $30x - 18x - 54\,000$ ✓

— **Expression** :

$$B(x) = 12x - 54\,000$$

— **Nature** : une fonction affine ✓

c) **Seuil** : $B(x) = 0$ ✓

— **Équation** : $12x = 54\,000$ ✓

— **Résultat** :

$$x = 4500 \text{ unités}$$

— **Contrôle du coût** : $18 \times 4500 + 54\,000$ ✓

— **Valeur** : 135 000 € ✓

— **Contrôle de la recette** : $30 \times 4500 = 135\,000$ € ✓

— **Égalité confirmée** ✓

— **Coût moyen au seuil** : $18 + 12 = 30$ € ✓

— **Observation** : il vaut exactement le prix de vente ✓

d) **Équation** : $18 + \frac{54\,000}{x} = 24$ ✓

— **On retranche 18** : $\frac{54\,000}{x} = 6$ ✓

— **Résultat** :

$$x = 9000 \text{ unités}$$

— **Bénéfice correspondant** : $12 \times 9000 - 54\,000$ ✓

— **Calcul** : $108\,000 - 54\,000$ ✓

— **Valeur** :

$$54\,000 \text{ €}$$

— **Signe** : positif ✓

— **Cohérence** : $9000 > 4500$, on dépasse le seuil ✓

— **Marge unitaire** : $30 - 24 = 6$ € ✓

— **Contrôle** : $6 \times 9000 = 54\,000$ € ✓

— **Concordance** ✓

Réponse. a) $18 + \frac{54\,000}{x}$ · b) $B(x) = 12x - 54\,000$ · c) 4500 unités · d) 9000 unités, bénéfice de 54 000 €.