

Plaquette 4 - Signe du trinôme et inéquations

Fonctions du second degré et inverse — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

La règle du signe. Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Cas	Signe de $f(x)$
$\Delta > 0$	du signe de a à l'extérieur des racines, du signe contraire entre les racines
$\Delta = 0$	du signe de a partout, sauf en la racine double où f s'annule
$\Delta < 0$	du signe de a partout

Mnémotechnique. « Du signe de a sauf entre les racines. »

Tableau de signes. On range les racines dans l'ordre croissant, on place 0 sous chacune, et on remplit les trois zones.

Résoudre une inéquation du second degré.

- Tout ramener d'un côté pour obtenir $f(x) > 0$, ≥ 0 , < 0 ou ≤ 0 .
- Calculer Δ et les racines.
- Dresser le tableau de signes.
- Lire l'ensemble des solutions.

Bornes incluses ou exclues.

Inégalité	Racines
stricte ($<$ ou $>$)	exclues
large ($\leq$ ou $\geq$)	incluses

Lecture économique. $B(x) > 0$ donne l'intervalle de rentabilité ; $C(x) \leq S$ donne les quantités respectant un budget.

Contrôle. On teste une valeur dans chaque zone : le signe obtenu doit correspondre au tableau.

Correction de l'exercice 1 - Signe d'un trinôme

- **Identification** : $a = 1$, $b = -7$, $c = 12$ ✓
- **Discriminant** : $49 - 48$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = 1 > 0$ ✓
- **Racines** : 3 et 4 ✓
- **Signe de a** : positif ✓
- **Règle** : positif à l'extérieur, négatif entre ✓
- **Tableau de signes** ✓

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$f(x)$	+	0	0	+

- **Entre 3 et 4** : le signe est **négatif** ✓

— **Conclusion :**

$$f(x) > 0 \text{ si } x < 3 \text{ ou } x > 4$$

— **Et :**

$$f(x) < 0 \text{ si } 3 < x < 4$$

— **Contrôle en** $x = 0$: $12 > 0$ ✓— **Contrôle en** $x = 3,5$: $12,25 - 24,5 + 12 = -0,25$ ✓— **Signe** : négatif ✓— **Contrôle en** $x = 10$: $100 - 70 + 12 = 42 > 0$ ✓— **Les trois zones sont confirmées** ✓— **Minimum de la fonction** : $-0,25$ en $x = 3,5$ ✓— **Cohérence** : le minimum est négatif, d'où deux racines ✓**Réponse.** $f(x) > 0$ sur $] -\infty ; 3[\cup] 4 ; +\infty [$ et $f(x) < 0$ sur $] 3 ; 4 [$.**Correction de l'exercice 2 - Avec un coefficient négatif**— **Identification** : $a = -1$, $b = 4$, $c = -3$ ✓— **Discriminant** : $16 - 12$ ✓— **Valeur** : $\Delta = 4 > 0$ ✓— **Racines** : 1 et 3 ✓— **Signe de** a : **négatif** ✓— **Règle** : négatif à l'extérieur, positif entre ✓— **Tableau de signes** ✓

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$g(x)$	-	0	0	-

— **Entre 1 et 3** : le signe est **positif** ✓— **Conclusion :**

$$g(x) > 0 \text{ si } 1 < x < 3$$

— **Et :**

$$g(x) < 0 \text{ si } x < 1 \text{ ou } x > 3$$

— **Contrôle en** $x = 0$: $-3 < 0$ ✓— **Contrôle en** $x = 2$: $-4 + 8 - 3 = 1 > 0$ ✓— **Contrôle en** $x = 5$: $-25 + 20 - 3 = -8 < 0$ ✓— **Les trois zones sont confirmées** ✓— **Maximum** : 1 en $x = 2$ ✓— **Cohérence** : le maximum est positif, d'où deux racines ✓— **Piège fréquent** : appliquer la règle du signe de a positif ✓— **Conséquence** : tout le tableau serait inversé ✓**Réponse.** $g(x) > 0$ sur $] 1 ; 3 [$ et $g(x) < 0$ ailleurs.**Correction de l'exercice 3 - Discriminant nul**— **Identification** : $a = 4$, $b = -4$, $c = 1$ ✓— **Discriminant** : $16 - 16$ ✓— **Valeur** :

$$\Delta = 0$$

- **Conséquence** : une racine double ✓
- **Racine** : $\frac{4}{8} = 0,5$ ✓
- **Signe de a** : positif ✓
- **Règle** : du signe de a partout, sauf en la racine ✓
- **Conclusion** :

$$h(x) \geq 0 \text{ pour tout } x$$

- **Annulation** : uniquement en $x = 0,5$ ✓
- **Forme factorisée** : $(2x - 1)^2$ ✓
- **Contrôle du développement** : $4x^2 - 4x + 1$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Justification directe** : un carré est toujours positif ou nul ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : $1 > 0$ ✓
- **Contrôle en $x = 1$** : $4 - 4 + 1 = 1 > 0$ ✓
- **Contrôle en $x = 0,5$** : $1 - 2 + 1 = 0$ ✓
- **Interprétation graphique** : la parabole est tangente à l'axe ✓
- **Solutions de $h(x) > 0$** : tous les réels sauf $0,5$ ✓
- **Solutions de $h(x) < 0$** : aucune ✓

Réponse. $h(x) \geq 0$ partout, avec annulation en $x = 0,5$ seulement.

Correction de l'exercice 4 - Discriminant négatif

- **Pour f , discriminant** : $1 - 4$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = -3 < 0$ ✓
- **Conséquence** : aucune racine ✓
- **Signe de a** : positif ✓
- **Conclusion** :

$$f(x) > 0 \text{ pour tout } x$$

- **Contrôle en $x = 0$** : $1 > 0$ ✓
- **Contrôle en $x = -1$** : $1 - 1 + 1 = 1 > 0$ ✓
- **Contrôle en $x = -5$** : $25 - 5 + 1 = 21 > 0$ ✓
- **Pour g , discriminant** : $4 - 4 \times (-3) \times (-5)$ ✓
- **Calcul de $4ac$** : 60 ✓
- **Différence** : $4 - 60$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = -56 < 0$ ✓
- **Signe de a** : négatif ✓
- **Conclusion** :

$$g(x) < 0 \text{ pour tout } x$$

- **Contrôle en $x = 0$** : $-5 < 0$ ✓
- **Contrôle en $x = 1$** : $-3 + 2 - 5 = -6 < 0$ ✓
- **Interprétation graphique de f** : parabole entièrement au-dessus de l'axe ✓
- **Interprétation de g** : entièrement en dessous ✓
- **Règle à retenir** : sans racine, le signe de a l'emporte partout ✓

Réponse. $f(x) > 0$ partout et $g(x) < 0$ partout.

Correction de l'exercice 5 - Une inéquation

- **Forme déjà ramenée à zéro** ✓
- **Identification** : $a = 1$, $b = -2$, $c = -15$ ✓
- **Discriminant** : $4 + 60$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = 64$ ✓
- **Racine carrée** : 8 ✓
- **Première racine** : $\frac{2-8}{2}$ ✓
- **Valeur** : -3 ✓
- **Seconde racine** : $\frac{2+8}{2}$ ✓
- **Valeur** : 5 ✓
- **Signe de a** : positif ✓
- **Zone négative** : entre les racines ✓
- **Inégalité large** : les racines sont **incluses** ✓
- **Solutions** :

$$-3 \leq x \leq 5$$

- **Intervalle** : $[-3; 5]$ ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : $-15 \leq 0$ ✓
- **Contrôle en $x = -3$** : $9 + 6 - 15 = 0$ ✓
- **Borne incluse confirmée** ✓
- **Contrôle en $x = 6$** : $36 - 12 - 15 = 9 > 0$ ✓
- **Cohérence** : 6 n'est pas solution ✓
- **Entiers solutions** : de -3 à 5 ✓
- **Nombre** : 9 ✓

Réponse. $[-3; 5]$.

Correction de l'exercice 6 - Une inéquation stricte

- **Identification** : $a = 2$, $b = -3$, $c = -9$ ✓
- **Discriminant** : $9 + 72$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = 81$ ✓
- **Racine carrée** : 9 ✓
- **Première racine** : $\frac{3-9}{4}$ ✓
- **Valeur** : $-1,5$ ✓
- **Seconde racine** : $\frac{3+9}{4}$ ✓
- **Valeur** : 3 ✓
- **Signe de a** : positif ✓
- **Zone positive** : à l'extérieur des racines ✓
- **Inégalité stricte** : les racines sont **exclues** ✓
- **Solutions** :

$$x < -1,5 \text{ ou } x > 3$$

- **Intervalles** : $] -\infty; -1,5[\cup]3; +\infty[$ ✓
- **Contrôle en $x = 0$** : $-9 > 0$ est faux ✓
- **Cohérence** : 0 est entre les racines ✓

- **Contrôle en** $x = 4$: $32 - 12 - 9 = 11 > 0$ ✓
- **Contrôle en** $x = -2$: $8 + 6 - 9 = 5 > 0$ ✓
- **Les trois zones sont confirmées** ✓
- **Contrôle en** $x = 3$: $18 - 9 - 9 = 0$ ✓
- **Borne bien exclue** ✓

Réponse. $]-\infty; -1,5[\cup]3; +\infty[$.

Correction de l'exercice 7 - Ramener à zéro

- **Première étape** : tout ramener d'un côté ✓
- **On retranche** $6x$: $x^2 - 6x + 5 \geq 0$ ✓
- **Identification** : $a = 1, b = -6, c = 5$ ✓
- **Discriminant** : $36 - 20$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = 16$ ✓
- **Racine carrée** : 4 ✓
- **Première racine** : $\frac{6-4}{2} = 1$ ✓
- **Seconde racine** : $\frac{6+4}{2} = 5$ ✓
- **Signe de** a : positif ✓
- **Zone positive** : à l'extérieur ✓
- **Inégalité large** : racines incluses ✓
- **Solutions** :

$$x \leq 1 \text{ ou } x \geq 5$$

- **Intervalles** : $]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$ ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: $5 \geq 0$ ✓
- **Contrôle en** $x = 3$: $9 + 5 = 14$ et 18 ✓
- **Comparaison** : $14 \geq 18$ est faux ✓
- **Cohérence** : 3 n'est pas solution ✓
- **Contrôle en** $x = 5$: 30 et 30 ✓
- **Égalité** : la borne est bien incluse ✓
- **Erreur classique** : appliquer le discriminant avant de ramener à zéro ✓

Réponse. $]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$.

Correction de l'exercice 8 - Une inéquation sans solution

- **Identification** : $a = 1, b = 2, c = 5$ ✓
- **Discriminant** : $4 - 20$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = -16 < 0$ ✓
- **Conséquence** : aucune racine ✓
- **Signe de** a : positif ✓
- **Conclusion sur le signe** : $f(x) > 0$ partout ✓
- **Conséquence pour l'inéquation** :

aucune solution

- **Contrôle en** $x = 0$: $5 < 0$ est faux ✓
- **Contrôle en** $x = -1$: $4 < 0$ est faux ✓
- **Contrôle en** $x = -100$: $10\,000 - 200 + 5 = 9805 > 0$ ✓
- **Interprétation graphique** : la parabole ne descend jamais sous l'axe ✓

- **Forme canonique** : $(x + 1)^2 + 4$ ✓
- **Argument** : un carré plus 4 vaut au moins 4 ✓
- **Minimum** : 4 ✓
- **Concordance** ✓
- **Inéquation** $x^2 + 2x + 5 > 0$: tous les réels ✓
- **Inéquation** $x^2 + 2x + 5 \geq 4$: tous les réels également ✓
- **Inéquation** $x^2 + 2x + 5 \leq 4$: une seule solution, $x = -1$ ✓
- **Contrôle** : $1 - 2 + 5 = 4$ ✓

Réponse. Aucune solution : le trinôme est toujours strictement positif.

Correction de l'exercice 9 - Un seuil de rentabilité

a) **Identification** : $a = -2$, $b = 16$, $c = -24$ ✓

- **Discriminant** : $256 - 4 \times (-2) \times (-24)$ ✓
- **Calcul de $4ac$** : 192 ✓
- **Différence** : $256 - 192$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = 64$ ✓
- **Racine carrée** : 8 ✓
- **Dénominateur** : -4 ✓
- **Première racine** : $\frac{-16 - 8}{-4}$ ✓
- **Valeur** : 6 ✓
- **Seconde racine** : $\frac{-16 + 8}{-4}$ ✓
- **Valeur** :

2

b) **Signe de a** : négatif ✓

- **Zone positive** : entre les racines ✓
- **Solutions** :

$$2 < x < 6$$

- **Interprétation** : entre 200 et 600 articles ✓
- **Contrôle en $x = 4$** : $-32 + 64 - 24 = 8$ ✓
- **Bénéfice** : 8000 € ✓
- **Contrôle en $x = 1$** : $-2 + 16 - 24 = -10$ ✓
- **Perte** : 10 000 € ✓
- **Contrôle en $x = 7$** : $-98 + 112 - 24 = -10$ ✓
- **Perte également** ✓
- **Quantité optimale** : le sommet ✓
- **Abscisse** : $\frac{-16}{-4} = 4$ ✓
- **Bénéfice maximal** : 8000 € ✓
- **Conclusion** : produire entre 200 et 600 articles ✓

Réponse. a) 2 et 6 · b) entre 200 et 600 articles.

Correction de l'exercice 10 - Un budget à respecter

a) **Condition** : le coût ne dépasse pas le budget ✓

- **Inéquation** :

$$x^2 + 10x + 50 \leq 200$$

— **Ramenée à zéro** : $x^2 + 10x - 150 \leq 0$ ✓

b) **Identification** : $a = 1$, $b = 10$, $c = -150$ ✓

— **Discriminant** : $100 + 600$ ✓

— **Valeur** : $\Delta = 700$ ✓

— **Racine carrée** : $\approx 26,458$ ✓

— **Première racine** : $\frac{-10 - 26,458}{2}$ ✓

— **Valeur approchée** : $-18,23$ ✓

— **Seconde racine** : $\frac{-10 + 26,458}{2}$ ✓

— **Valeur approchée** : $8,23$ ✓

— **Signe de a** : positif ✓

— **Zone négative** : entre les racines ✓

— **Solutions** :

$$-18,23 \leq x \leq 8,23$$

c) **Contrainte du contexte** : x est un entier positif ✓

— **Intervalle utile** : de 0 à $8,23$ ✓

— **Nombre maximal** :

8 unités

— **Contrôle pour $x = 8$** : $64 + 80 + 50 = 194$ € ✓

— **Budget respecté** ✓

— **Contrôle pour $x = 9$** : $81 + 90 + 50 = 221$ € ✓

— **Dépassement** : 21 € ✓

— **Conclusion** : 8 unités au maximum ✓

— **Coût unitaire moyen à 8 unités** : 24,25 € ✓

Réponse. a) $x^2 + 10x + 50 \leq 200$ · b) $-18,23 \leq x \leq 8,23$ · c) 8 unités.

Correction de l'exercice 11 - Comparer deux fonctions

a) **Équation** : $x^2 - 4 = 3x$ ✓

— **Ramenée à zéro** : $x^2 - 3x - 4 = 0$ ✓

— **Discriminant** : $9 + 16$ ✓

— **Valeur** : $\Delta = 25$ ✓

— **Racine carrée** : 5 ✓

— **Première racine** : $\frac{3-5}{2} = -1$ ✓

— **Seconde racine** : $\frac{3+5}{2}$ ✓

— **Valeur** :

4

— **Solutions** : -1 et 4 ✓

b) **Inéquation** : $x^2 - 3x - 4 > 0$ ✓

— **Signe de a** : positif ✓

— **Zone positive** : à l'extérieur des racines ✓

— **Solutions** :

$$x < -1 \text{ ou } x > 4$$

- **Contrôle en** $x = 0$: $f(0) = -4$ et $g(0) = 0$ ✓
- **Comparaison** : $-4 < 0$ ✓
- **Cohérence** : 0 est entre les racines ✓
- **Contrôle en** $x = 5$: $f(5) = 21$ et $g(5) = 15$ ✓
- **Comparaison** : $21 > 15$ ✓
- **Contrôle en** $x = -2$: $f(-2) = 0$ et $g(-2) = -6$ ✓
- **Comparaison** : $0 > -6$ ✓
- **Les trois zones sont confirmées** ✓
- **Interprétation graphique** : la parabole passe au-dessus de la droite ✓
- **Points d'intersection** : $(-1; -3)$ et $(4; 12)$ ✓

Réponse. a) $x = -1$ ou $x = 4$ · b) $x < -1$ ou $x > 4$.

Correction de l'exercice 12 - Un tableau de signes complet

- **Identification** : $a = -3$, $b = 12$, $c = -9$ ✓
- **Discriminant** : $144 - 4 \times (-3) \times (-9)$ ✓
- **Calcul de** $4ac$: 108 ✓
- **Différence** : $144 - 108$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = 36$ ✓
- **Racine carrée** : 6 ✓
- **Dénominateur** : -6 ✓
- **Première racine** : $\frac{-12 - 6}{-6}$ ✓
- **Valeur** : 3 ✓
- **Seconde racine** : $\frac{-12 + 6}{-6}$ ✓
- **Valeur** : 1 ✓
- **Signe de** a : négatif ✓
- **Tableau de signes** ✓

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	0	-

- **Entre 1 et 3** : positif ✓
- **Conclusion** :

$$f(x) > 0 \text{ si } 1 < x < 3$$

- **Contrôle en** $x = 2$: $-12 + 24 - 9 = 3 > 0$ ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: $-9 < 0$ ✓
- **Contrôle en** $x = 4$: $-48 + 48 - 9 = -9 < 0$ ✓
- **Les trois zones sont confirmées** ✓
- **Forme factorisée** : $-3(x - 1)(x - 3)$ ✓
- **Contrôle du développement** : $-3(x^2 - 4x + 3)$ ✓
- **Distribution** : $-3x^2 + 12x - 9$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Maximum** : 3 en $x = 2$ ✓

Réponse. $f(x) > 0$ sur $]1; 3[$, négatif ailleurs, nul en 1 et 3.

Correction de l'exercice 13 - Une inéquation produit

- **Observation** : la forme est déjà factorisée ✓
- **Racines du premier facteur** : $2x - 6 = 0$ ✓
- **Valeur** : $x = 3$ ✓
- **Racine du second facteur** : $x = -4$ ✓
- **Ordre croissant** : -4 puis 3 ✓
- **Signe du produit développé** : $a = 2 > 0$ ✓
- **Règle** : négatif entre les racines ✓
- **Solutions** :

$$-4 < x < 3$$

- **Intervalle** : $] -4 ; 3[$ ✓
- **Contrôle en** $x = 0$: $(-6) \times 4 = -24 < 0$ ✓
- **Contrôle en** $x = -5$: $(-16) \times (-1) = 16 > 0$ ✓
- **Contrôle en** $x = 4$: $2 \times 8 = 16 > 0$ ✓
- **Les trois zones sont confirmées** ✓
- **Méthode alternative** : tableau de signes des deux facteurs ✓
- **Signe de** $2x - 6$: négatif avant 3 , positif après ✓
- **Signe de** $x + 4$: négatif avant -4 , positif après ✓
- **Produit avant** -4 : deux négatifs, donc positif ✓
- **Produit entre** -4 et 3 : un de chaque, donc négatif ✓
- **Produit après** 3 : deux positifs, donc positif ✓
- **Concordance** ✓
- **Forme développée** : $2x^2 + 2x - 24$ ✓

Réponse. $] -4 ; 3[$.

Correction de l'exercice 14 - Deux conditions

a) **Condition** : $B(x) \geq 5$ ✓

- **Inéquation** : $-x^2 + 14x - 40 \geq 5$ ✓
- **Ramenée à zéro** :

$$-x^2 + 14x - 45 \geq 0$$

b) **Identification** : $a = -1$, $b = 14$, $c = -45$ ✓

- **Discriminant** : $196 - 4 \times (-1) \times (-45)$ ✓
- **Calcul de** $4ac$: 180 ✓
- **Différence** : $196 - 180$ ✓
- **Valeur** : $\Delta = 16$ ✓
- **Racine carrée** : 4 ✓
- **Dénominateur** : -2 ✓
- **Première racine** : $\frac{-14 - 4}{-2}$ ✓
- **Valeur** : 9 ✓
- **Seconde racine** : $\frac{-14 + 4}{-2}$ ✓
- **Valeur** : 5 ✓
- **Signe de** a : négatif ✓
- **Zone positive** : entre les racines ✓

— **Inégalité large** : bornes incluses ✓

— **Solutions** :

$$5 \leq x \leq 9$$

— **Contrôle en** $x = 7$: $-49 + 98 - 40 = 9 \geq 5$ ✓

— **Contrôle en** $x = 5$: $-25 + 70 - 40 = 5$ ✓

— **Borne incluse confirmée** ✓

— **Contrôle en** $x = 10$: $-100 + 140 - 40 = 0 < 5$ ✓

— **Bénéfice maximal** : 9 en $x = 7$ ✓

— **Seuils de rentabilité** : $B(x) = 0$ donne 4 et 10 ✓

Réponse. a) $-x^2 + 14x - 45 \geq 0$ · b) $[5; 9]$.

Correction de l'exercice 15 - Repérer une erreur de signe

— **Identification** : $a = -1$, $b = 6$, $c = -5$ ✓

— **Discriminant** : $36 - 20$ ✓

— **Valeur** : $\Delta = 16$ ✓

— **Racines** : 1 et 5 ✓

— **Vérification des racines** : $-1 + 6 - 5 = 0$ ✓

— **Et** : $-25 + 30 - 5 = 0$ ✓

— **Les racines sont correctes** ✓

— **Erreur** : la lecture du signe ✓

— **Signe de a : négatif** ✓

— **Règle** : négatif à l'extérieur, positif **entre** ✓

— **Solutions correctes** :

$$1 < x < 5$$

— **Ce qu'a écrit l'élève** : l'extérieur ✓

— **Cause** : il a appliqué la règle du cas $a > 0$ ✓

— **Contrôle en** $x = 3$: $-9 + 18 - 5 = 4 > 0$ ✓

— **Cohérence** : 3 est bien solution ✓

— **Contrôle en** $x = 0$: $-5 > 0$ est faux ✓

— **Cohérence** : 0 n'est pas solution ✓

— **Contrôle en** $x = 6$: $-36 + 36 - 5 = -5 < 0$ ✓

— **Cohérence** : 6 non plus ✓

— **Moyen de contrôle infailible** : tester une valeur dans chaque zone ✓

— **Maximum** : 4 en $x = 3$ ✓

— **Cohérence** : positif près du sommet ✓

Réponse. Les solutions sont $]1; 5[$: avec $a < 0$, le trinôme est positif **entre** les racines.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : rentabilité complète

a) **Équation** : $-0,5x^2 + 12x - 40 = 0$ ✓

— **Multiplication par** -2 : $x^2 - 24x + 80 = 0$ ✓

— **Discriminant** : $576 - 320$ ✓

— **Valeur** : $\Delta = 256$ ✓

— **Racine carrée** : 16 ✓

— **Première racine** : $\frac{24 - 16}{2}$ ✓

— **Valeur** : 4 ✓

— **Seconde racine** : $\frac{24+16}{2}$ ✓

— **Valeur** :

20

b) **Signe de a** : négatif ✓

— **Zone positive** : entre les racines ✓

— **Solutions** :

$4 < x < 20$

— **Interprétation** : entre 4 et 20 tonnes ✓

c) **Abscisse du sommet** : $\frac{-12}{-1}$ ✓

— **Valeur** : 12 ✓

— **Contrôle** : c'est le milieu de 4 et 20 ✓

— **Calcul de $B(12)$** : $-0,5 \times 144 + 144 - 40$ ✓

— **Premier terme** : -72 ✓

— **Bénéfice maximal** :

32 milliers d'euros

d) **Inéquation** : $-0,5x^2 + 12x - 40 \geq 20$ ✓

— **Ramenée à zéro** : $-0,5x^2 + 12x - 60 \geq 0$ ✓

— **Multiplication par -2** : $x^2 - 24x + 120 \leq 0$ ✓

— **Discriminant** : $576 - 480$ ✓

— **Valeur** : $\Delta = 96$ ✓

— **Racine carrée** : $\approx 9,798$ ✓

— **Racines** : $\approx 7,10$ et $\approx 16,90$ ✓

— **Solutions** :

$7,10 \leq x \leq 16,90$

— **Contrôle en $x = 12$** : $32 \geq 20$ ✓

— **Contrôle en $x = 7$** : $-24,5 + 84 - 40 = 19,5 < 20$ ✓

— **Cohérence** ✓

Réponse. a) 4 et 20 tonnes · b) $]4; 20[$ · c) 32 milliers d'euros pour 12 tonnes · d) environ $[7,10; 16,90]$.