

Plaquelette 5 - Fonction inverse et coûts moyens

Fonctions du second degré et inverse — Première STMG

Exercices

Méthode

La fonction inverse est l'outil du **coût moyen** : diviser un coût total par une quantité fait apparaître un terme en $\frac{1}{x}$, qui explique pourquoi produire plus fait baisser le prix de revient unitaire.

Exercice 1 - Calculer des images

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$. Calculer $f(0,25)$, $f(8)$, $f(-0,5)$ et $f(-4)$.

Exercice 2 - Variations de la fonction inverse

Comparer sans calculatrice.

- a) $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{7}$
- b) $\frac{1}{-2}$ et $\frac{1}{-5}$
- c) $\frac{1}{-3}$ et $\frac{1}{4}$

Exercice 3 - Résoudre une équation

Résoudre.

- a) $\frac{1}{x} = 5$
- b) $\frac{12}{x} = 3$
- c) $\frac{1}{x} = 0$

Exercice 4 - Un coût moyen

Le coût total de production est $C(x) = 15x + 72\,000$ euros pour x unités.

- a) Exprimer le coût moyen.
- b) Calculer le coût moyen pour 500, 1500 et 3000 unités.
- c) Commenter.

Exercice 5 - Atteindre un coût moyen

Avec $CM(x) = 15 + \frac{72\,000}{x}$, déterminer la production donnant un coût moyen de 45 €.

Exercice 6 - Respecter un coût moyen maximal

Avec $CM(x) = 15 + \frac{72\,000}{x}$, à partir de combien d'unités le coût moyen passe-t-il sous 40 € ?

Exercice 7 - Deux structures de coût

Atelier A : $C_A(x) = 20x + 48\,000$. Atelier B : $C_B(x) = 28x + 16\,000$.

- Exprimer les deux coûts moyens.
- Calculer pour 1000 puis 6000 unités.
- À partir de quelle production A devient-il préférable ?

Exercice 8 - Un prix et une quantité

Un budget de 18 000 € permet d'acheter x articles au prix unitaire p .

- Exprimer p en fonction de x .
- Calculer p pour 200, 450 et 900 articles.
- Combien d'articles pour un prix unitaire de 25 € ?

Exercice 9 - Coût moyen et coût marginal

Le coût total est $C(x) = 0,5x^2 + 40x + 800$ euros.

- Calculer $C(20)$ et $C(40)$.
- Exprimer le coût moyen.
- Calculer le coût moyen pour 20 et 40 unités.

Exercice 10 - Un partage

Une facture de 960 € est partagée entre n personnes.

- Exprimer la part de chacun.
- Calculer la part pour 8, 12 et 16 personnes.
- Combien de personnes pour une part de 48 € ?

Exercice 11 - Une vitesse moyenne

Un trajet de 540 km est parcouru à la vitesse v en km/h.

- Exprimer la durée en fonction de v .
- Calculer la durée pour 90 et 120 km/h.
- Quelle vitesse pour un trajet de 4 h 30 ?

Exercice 12 - Deux offres de coût

Le coût moyen d'un service est $CM(x) = 12 + \frac{9000}{x}$.

- Calculer $CM(300)$ et $CM(1000)$.
- À partir de quelle quantité le coût moyen passe-t-il sous 30 € ?
- Peut-il atteindre 10 € ?

Exercice 13 - Une hyperbole à lire

La courbe de $f(x) = \frac{1}{x}$ passe par (2 ; 0,5).

- Par quels autres points remarquables passe-t-elle ?

- b) Que devient $f(x)$ quand x devient très grand ?
- c) Et quand x se rapproche de 0 par valeurs positives ?

Exercice 14 – Un coût moyen minimal

Le coût total est $C(x) = 2x^2 + 50x + 1800$ euros.

- a) Exprimer le coût moyen.
- b) Calculer $CM(20)$, $CM(30)$ et $CM(40)$.
- c) Où semble se situer le minimum ?

Exercice 15 – Repérer une erreur

Un élève écrit : « la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}$ privé de 0, donc $\frac{1}{-2} < \frac{1}{3}$ car $-2 < 3$... non, l'inverse : $\frac{1}{-2} > \frac{1}{3}$ ». Corriger.

Exercice 16 – Synthèse : un atelier complet

Le coût de production est $C(x) = 18x + 54\,000$ euros. Chaque unité se vend 30 €.

- a) Exprimer le coût moyen.
- b) Exprimer le bénéfice.
- c) Déterminer le seuil de rentabilité.
- d) Quelle production donne un coût moyen de 24 € ? Le bénéfice est-il positif ?