

Plaquette 1 – Paraboles, racines, signe et fonction inverse

Fonctions du second degré et inverse — Première STMG

Exercices

Méthode

On étudie les fonctions $f(x) = ax^2 + bx + c$: sommet, variations, racines par le discriminant, signe du trinôme ; puis la fonction inverse et ses variations. Les derniers exercices sont des problèmes de gestion (coût, recette, bénéfice) : c'est l'usage attendu en STMG.

Exercice 1 - Reconnaître le sens de la parabole

Pour chaque fonction, dire si la parabole est tournée vers le haut ou vers le bas, et si la fonction admet un minimum ou un maximum.

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$

b) $g(x) = -2x^2 + 7x$

c) $h(x) = x^2 - 9$

Exercice 2 - Coordonnées du sommet

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$. Calculer les coordonnées du sommet de la parabole et préciser la nature de l'extremum.

Exercice 3 - Tableau de variations

Soit $g(x) = -x^2 + 6x - 5$. Déterminer le sommet, puis dresser le tableau de variations sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4 - Calculer un discriminant et les racines

Résoudre $x^2 - 7x + 12 = 0$.

Exercice 5 - Les trois cas de discriminant

Déterminer le nombre de racines de chaque trinôme.

a) $2x^2 - 3x + 5$

b) $x^2 - 6x + 9$

c) $-3x^2 + 4x + 1$

Exercice 6 - Signe d'un trinôme

Soit $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Déterminer les racines puis dresser le tableau de signes de f .

Exercice 7 - Inéquation du second degré

Résoudre $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$.

Exercice 8 – Fonction inverse : calculs et variations

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$.

- a) Calculer $f(4)$, $f(0,5)$ et $f(-2)$.
- b) Donner le sens de variation de f .
- c) Comparer $f(3)$ et $f(7)$ sans calcul.

Exercice 9 – Problème : coût moyen et fonction inverse

Une entreprise a des frais fixes de 6 000 € et fabrique q objets (avec $q > 0$) à un coût variable de 15 € par objet.

- a) Exprimer le coût total $C(q)$, puis le coût moyen par objet $C_M(q)$.
- b) Calculer le coût moyen pour 200 puis 600 objets.
- c) Que devient le coût moyen quand q devient très grand ?

Exercice 10 – Problème : bénéfice maximal

Une entreprise vend q articles (en centaines, $0 \leq q \leq 30$). Son bénéfice, en milliers d'euros, est

$$B(q) = -0,4q^2 + 12q - 40$$

- a) Pour quelle quantité le bénéfice est-il maximal ? Quel est ce bénéfice ?
- b) Déterminer le seuil de rentabilité (valeurs de q pour lesquelles $B(q) \geq 0$).

Exercice 11 – Synthèse : de la forme développée à la factorisée

Soit $f(x) = 2x^2 - 2x - 12$.

- a) Calculer le discriminant et les racines.
- b) Donner la forme factorisée de f .
- c) Résoudre $f(x) < 0$.