

Plaquette 2 - Paraboles : sommet, variations et extremum

Fonctions du second degré et inverse — Première STMG

Exercices

Méthode

Une fonction du second degré a toujours la même allure : une parabole, avec un sommet qui donne son **extremum**. Deux nombres suffisent à décrire toute la fonction — le signe de a et l'abscisse du sommet.

Exercice 1 - Orientation et ordonnée à l'origine

Pour chaque fonction, donner le sens de la parabole et l'ordonnée à l'origine.

- a) $f(x) = 2x^2 - 12x + 7$
- b) $g(x) = -3x^2 + 18x + 5$
- c) $h(x) = x^2 + 8x - 3$
- d) $k(x) = -x^2 + 4$

Exercice 2 - Coordonnées du sommet

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 7$.

- a) Calculer l'abscisse du sommet.
- b) Calculer son ordonnée.
- c) S'agit-il d'un minimum ou d'un maximum ?

Exercice 3 - Un maximum

Soit $g(x) = -3x^2 + 18x + 5$.

- a) Calculer les coordonnées du sommet.
- b) Dresser le tableau de variations.

Exercice 4 - Un coefficient fractionnaire

Soit $f(x) = 0,5x^2 - 4x + 10$.

- a) Calculer les coordonnées du sommet.
- b) Donner le sens de variation.

Exercice 5 - Un sommet à abscisse négative

Soit $h(x) = x^2 + 8x - 3$.

- a) Calculer les coordonnées du sommet.
- b) Calculer $h(-6)$ et $h(-2)$ et commenter.

Exercice 6 - Lire un tableau de variations

Une fonction du second degré a pour sommet $(2; -5)$ et passe par $(0; 3)$.

- Quel est le signe de a ?
- Que vaut $f(4)$?
- Combien la fonction a-t-elle de racines ?

Exercice 7 - Un bénéfice maximal

Le bénéfice d'une entreprise, en euros, est $B(x) = -2x^2 + 80x - 350$ pour x articles vendus.

- Calculer la quantité qui maximise le bénéfice.
- Calculer ce bénéfice maximal.

Exercice 8 - Un coût minimal

Le coût unitaire de production est $C(x) = 0,4x^2 - 8x + 60$ pour x centaines d'unités.

- Calculer la quantité minimisant le coût.
- Calculer ce coût minimal.

Exercice 9 - Comparer deux images

Soit $f(x) = -x^2 + 6x + 2$.

- Calculer le sommet.
- Comparer $f(1)$ et $f(5)$, puis $f(2)$ et $f(7)$.

Exercice 10 - Retrouver une fonction

Une parabole a pour sommet $(-2; 9)$ et passe par $(0; 1)$.

- Déterminer a .
- Donner la forme développée.

Exercice 11 - Une recette

La recette d'un spectacle est $R(p) = -5p^2 + 200p$ où p est le prix du billet en euros.

- Calculer le prix maximisant la recette.
- Calculer cette recette.
- Que vaut la recette pour $p = 0$ et $p = 40$?

Exercice 12 - Un sommet à trouver sans formule

Soit $f(x) = x^2 - 10x + 21$. On sait que $f(3) = f(7) = 0$.

- Déterminer l'abscisse du sommet sans utiliser la formule.
- Calculer l'ordonnée du sommet.

Exercice 13 - Trois paraboles

Donner le sommet et la nature de l'extremum.

a) $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$

b) $g(x) = -4x^2 + 16x$

c) $h(x) = x^2 + 5$

Exercice 14 - Repérer une erreur

Un élève calcule le sommet de $f(x) = -2x^2 + 12x - 5$ et trouve $\alpha = -3$. Corriger.

Exercice 15 - Un enclos rectangulaire

Un enclos rectangulaire a un périmètre de 120 m. Sa longueur vaut x .

a) Exprimer son aire en fonction de x .

b) Déterminer l'aire maximale.

Exercice 16 - Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = -0,5x^2 + 60x - 800$, le bénéfice en euros pour x articles.

a) Déterminer le sommet.

b) Dresser le tableau de variations.

c) Calculer $f(0)$ et interpréter.

d) Comparer $f(40)$ et $f(80)$.