Plaquette 3 – Évolutions successives et évolutions réciproques

Information chiffrée et évolutions — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Évolutions successives.

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$

Le taux global s'en déduit : $t_{\text{global}} = CM_{\text{global}} - 1$.

Enchaînement	Coefficient global	Taux global
+15 % puis +8 %	$1{,}15 \times 1{,}08 = 1{,}242$	+24,2 %
−15 % puis −8 %	$0{,}85 \times 0{,}92 = 0{,}782$	−21,8 %
+20 % puis −25 %	$1{,}2 \times 0{,}75 = 0{,}9$	−10 %

L'ordre n'a pas d'importance : la multiplication est commutative.

Évolution réciproque. C'est celle qui ramène à la valeur de départ :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}$$

Évolution	Réciproque
+25 %	−20 %
−20 %	+25 %
+100 %	−50 %

Retrouver une valeur de départ. On divise la valeur d'arrivée par le coefficient global : $V_D = \dfrac{V_A}{CM_{\text{global}}}$.

Évolution manquante. Si l'on connaît le coefficient global et tous les coefficients sauf un, le coefficient manquant est le quotient du coefficient global par le produit des autres.

Contrôle. Refaire le calcul étape par étape sur une valeur simple, par exemple 100.

Correction de l'exercice 1 – Deux hausses successives

Quand plusieurs évolutions s'enchaînent, on multiplie leurs coefficients :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

a) La hausse de 15 % a pour coefficient 1,15, celle de 8 % a pour coefficient 1,08. Donc $CM_{\text{global}} = 1{,}15 \times 1{,}08 = 1{,}242$.

b) Le taux global est $t = 1{,}242 - 1 = 0{,}242$, soit une hausse de 24,2 %. Ce n'est pas $15 + 8 = 23$ % : la seconde hausse porte sur un prix déjà augmenté, elle rapporte donc un peu plus.

c) $450 \times 1{,}242 = 558{,}90$ €. On le vérifie étape par étape : $450 \times 1{,}15 = 517{,}50$ €, puis $517{,}50 \times 1{,}08 = 558{,}90$ €. Le prix final est le même, et il le serait aussi en appliquant les hausses dans l'autre ordre, puisque $1{,}08 \times 1{,}15 = 1{,}15 \times 1{,}08$.

Réponse. a) 1,242 · b) +24,2 % · c) 558,90 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 2 – Deux baisses successives

Deux baisses successives se traduisent par deux coefficients inférieurs à 1, que l’on multiplie :

$$CM_{\text{global}} = 0{,}85 \times 0{,}92 = 0{,}782$$

a) Le taux global est $t = 0{,}782 - 1 = -0{,}218$: l’article a baissé de 21,8 % au total, et non de $15 + 8 = 23$ %. La seconde baisse s’applique à un prix déjà réduit, elle retire donc moins d’euros.

b) $320 \times 0{,}782 = 250{,}24$ €. Étape par étape : $320 \times 0{,}85 = 272$ €, puis $272 \times 0{,}92 = 250{,}24$ €, ce qui confirme le résultat.

Réponse. a) −21,8 % · b) 250,24 €.

Correction de l’exercice 3 – Hausse puis baisse

a) On multiplie les coefficients de la hausse (1,2) et de la baisse (0,75) :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}2 \times 0{,}75 = 0{,}9$$

Le taux global est $0{,}9 - 1 = -0{,}1$, soit une baisse de 10 %.

b) Le coefficient global est inférieur à 1 : le prix final est **inférieur** au prix initial. Pour un prix de 100 €, on passe à 120 € puis à $120 \times 0{,}75 = 90$ €.

c) Pour annuler la hausse de 20 %, il faut l’évolution réciproque, de coefficient

$$\frac{1}{1{,}2} \approx 0{,}8333$$

soit une baisse d’environ 16,67 %. Une baisse de 25 % va donc bien au-delà : elle efface la hausse et fait encore perdre 10 %.

Réponse. a) −10 % · b) inférieur · c) une baisse d’environ 16,67 %.

Correction de l’exercice 4 – Trois hausses identiques

Le loyer est multiplié trois fois de suite par le coefficient 1,05 :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05 = 1{,}05^3 = 1{,}157625$$

a) Le coefficient global est 1,157625.

b) Le taux global est $1{,}157625 - 1 = 0{,}157625$, soit une hausse d’environ 15,76 % en trois ans, un peu plus que $3 \times 5 = 15$ % : chaque hausse porte sur un loyer déjà augmenté.

c) $780 \times 1{,}157625 \approx 902{,}95$ €. Année par année : $780 \times 1{,}05 = 819$ €, puis $819 \times 1{,}05 = 859{,}95$ €, puis $859{,}95 \times 1{,}05 \approx 902{,}95$ €.

Réponse. a) 1,157625 · b) environ +15,76 % · c) environ 902,95 €.

Correction de l’exercice 5 – Évolution réciproque

L’évolution réciproque est celle qui ramène à la valeur de départ. Son coefficient est l’inverse du coefficient de l’évolution :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}$$

a) Une hausse de 40 % a pour coefficient 1,4, donc $CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1{,}4} \approx 0{,}7143$.

b) Le taux correspondant est $0{,}7143 - 1 \approx -0{,}2857$: une baisse d’environ 28,57 % annule une hausse de 40 %. On ne retire pas 40 %, car la baisse porte sur un prix plus grand.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

c) Une baisse de 25 % a pour coefficient 0,75. Sa réciproque a pour coefficient $\frac{1}{0{,}75} \approx 1{,}3333$, soit une hausse d'environ 33,33 %. Par exemple, 100 € deviennent 75 €, et il faut ajouter 25 €, c'est-à-dire un tiers de 75 €, pour revenir à 100 €.

Réponse. a) environ 0,7143 · b) environ −28,57 % · c) environ +33,33 %.

Correction de l'exercice 6 – Retrouver un prix avant deux hausses

a) Les deux hausses ont pour coefficients 1,1 et 1,2. Le coefficient global est leur produit :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}1 \times 1{,}2 = 1{,}32$$

b) Le prix actuel est le prix de départ multiplié par 1,32. On divise donc par ce coefficient :

$$V_D = \frac{396}{1{,}32} = 300 \text{ €}$$

Contrôle : $300 \times 1{,}1 = 330$ €, puis $330 \times 1{,}2 = 396$ €.

c) Il faut l'évolution réciproque, de coefficient $\frac{1}{1{,}32} \approx 0{,}7576$, soit une baisse d'environ 24,24 %. On ne retire pas 30 % : la baisse s'applique au prix augmenté, plus grand que le prix de départ.

Réponse. a) 1,32 · b) 300 € · c) une baisse d'environ 24,24 %.

Correction de l'exercice 7 – Une hausse pour effacer deux baisses

a) Les deux baisses ont pour coefficients 0,8 et 0,9 :

$$CM_{\text{global}} = 0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$$

Le taux global est $0{,}72 - 1 = -0{,}28$: l'action a perdu 28 % en deux mois.

b) Pour revenir au cours de départ, il faut l'évolution réciproque de cette baisse globale, de coefficient

$$\frac{1}{0{,}72} \approx 1{,}3889$$

soit une hausse d'environ 38,89 %. C'est bien plus que 28 % : la hausse s'applique à un cours devenu plus faible.

c) Le cours passe de 50 € à $50 \times 0{,}72 = 36$ €. Puis $36 \times \frac{1}{0{,}72} = 50$ € : il retrouve bien sa valeur de départ.

Réponse. a) −28 % · b) une hausse d'environ 38,89 % · c) 50 € → 36 € → 50 €.

Correction de l'exercice 8 – Prix et quantités vendues

a) Le chiffre d'affaires est un **produit** : CA = prix × quantité. Si le prix est multiplié par 1,05 et la quantité par 0,92, le chiffre d'affaires est multiplié par le produit des deux coefficients :

$$CM_{CA} = 1{,}05 \times 0{,}92 = 0{,}966$$

Le taux d'évolution du chiffre d'affaires est $0{,}966 - 1 = -0{,}034$, soit une baisse de 3,4 %. La hausse de prix ne compense pas la perte de clients.

b) Avant : $12{,}50 \times 2000 = 25\,000$ € par mois. Après : le prix devient $12{,}50 \times 1{,}05 = 13{,}125$ € et les ventes $2000 \times 0{,}92 = 1840$ unités, d'où un chiffre d'affaires de $13{,}125 \times 1840 = 24\,150$ €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Contrôle : $25\,000 \times 0{,}966 = 24\,150$ €, ce qui confirme la baisse de 3,4 %.

Réponse. a) $-3{,}4$ % · b) 25 000 € puis 24 150 €.

Correction de l'exercice 9 – Un placement

Chaque année, le capital est multiplié par 1,025. Sur 6 ans, il est multiplié six fois par ce coefficient :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}025^6 \approx 1{,}159693$$

a) Le capital final vaut $8000 \times 1{,}025^6 \approx 9277{,}55$ €.

b) Le taux global est $1{,}159693 - 1 \approx 0{,}1597$, soit environ +15,97 %, un peu plus que $6 \times 2{,}5 = 15$ % : les intérêts de chaque année rapportent à leur tour des intérêts.

c) Les intérêts sont la différence entre le capital final et le capital placé : $9277{,}55 - 8000 = 1277{,}55$ € environ.

Réponse. a) environ 9277,55 € · b) environ +15,97 % · c) environ 1277,55 € d'intérêts.

Correction de l'exercice 10 – Reconstituer une évolution manquante

Notons CM_2 le coefficient de la seconde évolution. Le coefficient global est le produit des deux coefficients, et il vaut $1 + 0{,}0354 = 1{,}0354$:

$$1{,}18 \times CM_2 = 1{,}0354$$

On en déduit

$$CM_2 = \frac{1{,}0354}{1{,}18} \approx 0{,}8775$$

Ce coefficient est inférieur à 1 : la seconde évolution est une baisse, de taux $0{,}8775 - 1 \approx -0{,}1225$, soit environ 12,25 %.

Contrôle : $1{,}18 \times 0{,}8775 \approx 1{,}0354$, ce qui correspond bien à la hausse globale de 3,54 %.

Réponse. Une baisse d'environ 12,25 %.

Correction de l'exercice 11 – Comparer deux stratégies

a) Deux hausses de 6 % multiplient le prix par

$$CM = 1{,}06 \times 1{,}06 = 1{,}1236$$

soit une hausse globale de 12,36 %. Une hausse unique de 12 % correspond au coefficient 1,12. La première stratégie augmente donc un peu plus le prix, parce que la seconde hausse de 6 % porte sur un prix déjà augmenté.

b) Sur 1500 €, la première stratégie donne $1500 \times 1{,}1236 = 1685{,}40$ €, la seconde $1500 \times 1{,}12 = 1680$ €. L'écart est de $1685{,}40 - 1680 = 5{,}40$ €, ce qui représente les 0,36 % d'écart entre les deux coefficients : $1500 \times 0{,}0036 = 5{,}40$ €.

Réponse. a) 1,1236 contre 1,12 · b) 5,40 € de plus avec deux hausses de 6 %.

Correction de l'exercice 12 – Une suite d'évolutions

a) On multiplie les trois coefficients, dans l'ordre où les évolutions se produisent (l'ordre ne change d'ailleurs pas le résultat) :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}12 \times 0{,}95 \times 1{,}08 = 1{,}14912$$

b) Le taux global est $1{,}14912 - 1 = 0{,}14912$, soit environ +14,91 % en trois ans. Ce n'est pas $12 - 5 + 8 = 15$ % : les taux ne s'additionnent pas.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

c) Il faut l'évolution réciproque de l'évolution globale, de coefficient $\dfrac{1}{1{,}14912} \approx 0{,}8702$. Elle correspond à une baisse d'environ 12,98 %. Ce chiffre montre qu'une seule mauvaise année peut effacer trois années de progression.

Réponse. a) 1,14912 · b) environ +14,91 % · c) une baisse d'environ 12,98 %.

Correction de l'exercice 13 – L'inflation

a) Les deux hausses de prix ont pour coefficients 1,025 et 1,018 :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}025 \times 1{,}018 = 1{,}04345$$

L'inflation globale sur les deux ans est donc d'environ 4,34 % (exactement 4,345 %).

b) Pour conserver son pouvoir d'achat, le salaire doit augmenter **au même rythme que les prix**, c'est-à-dire être multiplié par le même coefficient global. Il faudrait donc

$$2400 \times 1{,}04345 = 2504{,}28 \text{ €}$$

Avec un salaire inférieur à 2504,28 €, le salarié pourrait acheter moins de choses qu'au départ : son pouvoir d'achat baisserait.

Réponse. a) environ +4,34 % · b) oui : il faudrait 2504,28 €.

Correction de l'exercice 14 – Un objectif à atteindre

a) Les deux premières années, le chiffre d'affaires a été multiplié par

$$1{,}08 \times 1{,}11 = 1{,}1988$$

soit une hausse de 19,88 % en deux ans.

b) Notons CM_3 le coefficient de la troisième année. L'objectif de +30 % se traduit par un coefficient global de 1,3 :

$$1{,}1988 \times CM_3 = 1{,}3 \quad \text{donc} \quad CM_3 = \frac{1{,}3}{1{,}1988} \approx 1{,}0844$$

Il faut une croissance d'environ 8,44 % la troisième année. Ce n'est pas $30 - 8 - 11 = 11$ % : l'entreprise profite de la croissance déjà acquise, sur laquelle porte la dernière hausse.

Réponse. a) 1,1988 · b) environ +8,44 %.

Correction de l'exercice 15 – Deux soldes successives

a) La première démarque a pour coefficient 0,7, la seconde 0,5. Elles s'enchaînent, donc on multiplie :

$$CM_{\text{global}} = 0{,}7 \times 0{,}5 = 0{,}35$$

Le taux global est $0{,}35 - 1 = -0{,}65$: une remise de 65 %, et non de $30 + 50 = 80$ %.

b) $180 \times 0{,}35 = 63$ €. Étape par étape : $180 \times 0{,}7 = 126$ €, puis $126 \times 0{,}5 = 63$ €.

c) La hausse qui ramène au prix initial est la réciproque, de coefficient $\dfrac{1}{0{,}35} \approx 2{,}8571$, soit une hausse d'environ 185,71 %. Pour passer de 63 € à 180 €, il faut en effet presque tripler le prix.

Réponse. a) −65 % · b) 63 € · c) une hausse d'environ 185,71 %.

Correction de l'exercice 16 – Synthèse : une entreprise sur cinq ans

a) On multiplie les cinq coefficients annuels :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$CM_{\text{global}} = 1{,}06 \times 1{,}04 \times 0{,}97 \times 1{,}05 \times 1{,}07 \approx 1{,}20139$$

Le taux global est d'environ +20,14 % sur les cinq ans.

b) $1\,250\,000 \times 1{,}20139 \approx 1\,501\,738$ €. Le calcul année par année donne 1 325 000 €, 1 378 000 €, 1 336 660 €, 1 403 493 € puis environ 1 501 738 €.

c) On garde les quatre autres coefficients et on cherche celui de 2023, noté c :

$$1{,}06 \times 1{,}04 \times c \times 1{,}05 \times 1{,}07 = 1{,}25$$

Le produit des quatre coefficients connus vaut environ 1,23855, donc $c = \dfrac{1{,}25}{1{,}23855} \approx 1{,}0092$: il aurait fallu une légère hausse, d'environ 0,92 %, au lieu de la baisse de 3 %.

d) Pour annuler une baisse de 10 %, il faut l'évolution réciproque, de coefficient $\dfrac{1}{0{,}9} \approx 1{,}1111$, soit une hausse d'environ 11,11 % en 2027.

Réponse. a) environ 1,20139, soit +20,14 % · b) environ 1 501 738 € · c) une hausse d'environ 0,92 % · d) environ +11,11 %.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).