

Plaquette 3 – Évolutions successives, réciproques et taux moyen

Information chiffrée et évolutions — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Évolutions successives.

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$$

Le taux global s'en déduit : $t_{\text{global}} = CM_{\text{global}} - 1$.

Enchaînement	Coefficient global	Taux global
+15 % puis +8 %	$1,15 \times 1,08 = 1,242$	+24,2 %
−15 % puis −8 %	$0,85 \times 0,92 = 0,782$	−21,8 %
+20 % puis −25 %	$1,2 \times 0,75 = 0,9$	−10 %

L'ordre n'a pas d'importance : la multiplication est commutative.

Évolution réciproque. C'est celle qui ramène à la valeur de départ :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}$$

Évolution	Réciproque
+25 %	−20 %
−20 %	+25 %
+100 %	−50 %

Taux moyen sur n périodes. C'est le taux constant t_m qui, répété n fois, donne la même évolution globale :

$$(1 + t_m)^n = CM_{\text{global}} \quad \text{donc} \quad 1 + t_m = (CM_{\text{global}})^{\frac{1}{n}}$$

Sur la calculatrice. La racine n -ième s'obtient avec la touche puissance et l'exposant $\frac{1}{n}$.

Ce que le taux moyen n'est pas. Ce n'est **pas** la moyenne des taux : +20 % puis 0 % ne donnent pas +10 % par an.

Contrôle. Le taux moyen est toujours compris entre le plus petit et le plus grand des taux de la période.

Correction de l'exercice 1 – Deux hausses successives

a) **Premier coefficient** : 1,15 ✓

— **Second coefficient** : 1,08 ✓

— **Produit** : $1,15 \times 1,08$ ✓

— **Coefficient global** :

1,242

b) **Taux global** : $1,242 - 1$ ✓

— **Valeur** : 0,242 ✓

— **Taux :**

+24,2 %

— **Piège :** additionner 15 et 8 ✓

— **Ce que cela donnerait :** 23 % ✓

— **Écart :** 1,2 point ✓

— **Explication :** la seconde hausse porte sur un prix déjà augmenté ✓

c) **Calcul :** $450 \times 1,242$ ✓

— **Résultat :**

558,90 €

— **Contrôle par étapes :** $450 \times 1,15 = 517,50$ € ✓

— **Puis :** $517,5 \times 1,08 = 558,90$ € ✓

— **Concordance** ✓

— **Augmentation totale :** 108,90 € ✓

— **Contrôle :** $0,242 \times 450 = 108,90$ € ✓

— **Ordre inverse :** $1,08 \times 1,15 = 1,242$ ✓

— **Conclusion :** le résultat est identique ✓

Réponse. a) 1,242 · b) +24,2 % · c) 558,90 €.

Correction de l'exercice 2 - Deux baisses successives

a) **Premier coefficient :** 0,85 ✓

— **Second coefficient :** 0,92 ✓

— **Produit :** $0,85 \times 0,92$ ✓

— **Coefficient global :** 0,782 ✓

— **Taux global :** $0,782 - 1$ ✓

— **Valeur :** -0,218 ✓

— **Taux :**

-21,8 %

— **Piège :** additionner pour obtenir -23 % ✓

— **Explication :** la seconde baisse porte sur un montant déjà réduit ✓

— **Conséquence :** la baisse globale est **moins** forte que la somme ✓

b) **Calcul :** $320 \times 0,782$ ✓

— **Résultat :**

250,24 €

— **Contrôle par étapes :** $320 \times 0,85 = 272$ € ✓

— **Puis :** $272 \times 0,92 = 250,24$ € ✓

— **Concordance** ✓

— **Remise totale :** 69,76 € ✓

— **Contrôle :** $0,218 \times 320 = 69,76$ € ✓

— **Concordance** ✓

— **Comparaison avec -23 % :** 246,40 € ✓

— **Écart :** 3,84 € ✓

Réponse. a) -21,8 % · b) 250,24 €.

Correction de l'exercice 3 – Hausse puis baisse

a) **Coefficients** : 1,2 et 0,75 ✓

— **Produit** : $1,2 \times 0,75$ ✓

— **Coefficient global** : 0,9 ✓

— **Taux global** :

–10 %

b) **Comparaison du coefficient à 1** : $0,9 < 1$ ✓

— **Conclusion** : le prix final est **inférieur** ✓

— **Perte** : 10 % ✓

— **Contrôle avec 200 €** : 240 puis 180 € ✓

— **Perte** : 20 €, soit 10 % ✓

— **Concordance** ✓

c) **Condition** : le produit des coefficients vaut 1 ✓

— **Équation** : $1,2 \times CM = 1$ ✓

— **Solution** : $CM = \frac{1}{1,2}$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 0,8333$ ✓

— **Taux** :

$\approx -16,67\%$

— **Contrôle** : $1,2 \times 0,8333 \approx 1$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Piège** : proposer –20 % ✓

— **Ce que cela donnerait** : $1,2 \times 0,8 = 0,96$ ✓

— **Taux** : –4 %, pas nul ✓

— **Règle** : hausse et baisse qui s'annulent n'ont pas le même taux ✓

Réponse. a) –10 % · b) inférieur · c) une baisse d'environ 16,67 %.

Correction de l'exercice 4 – Trois hausses identiques

a) **Coefficient annuel** : 1,05 ✓

— **Trois années** : $1,05^3$ ✓

— **Calcul intermédiaire** : $1,05^2 = 1,1025$ ✓

— **Produit final** : $1,1025 \times 1,05$ ✓

— **Coefficient global** :

1,157625

b) **Taux global** : $1,157625 - 1$ ✓

— **Valeur** : 0,157625 ✓

— **Taux** :

$\approx +15,76\%$

— **Piège** : annoncer 15 % ✓

— **Écart** : 0,76 point ✓

c) **Calcul** : $780 \times 1,157625$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 902,95 \text{ €}$$

- **Contrôle année par année** : 819 € ✓
- **Puis** : 859,95 € ✓
- **Puis** : 902,95 € ✓
- **Concordance** ✓
- **Augmentation totale** : 122,95 € ✓
- **Augmentation de la première année** : 39 € ✓
- **Augmentation de la troisième** : 43 € ✓
- **Observation** : les hausses annuelles augmentent ✓
- **Explication** : le taux est constant, la base grandit ✓

Réponse. a) 1,157625 · b) $\approx +15,76\%$ · c) environ 902,95 €.

Correction de l'exercice 5 – Évolution réciproque

a) **Coefficient de la hausse** : 1,4 ✓

— **Coefficient réciproque** : $\frac{1}{1,4}$ ✓

— **Valeur approchée** :

$$\approx 0,7143$$

b) **Taux** : $0,7143 - 1$ ✓

— **Valeur** : $-0,2857$ ✓

— **Taux** :

$$\approx -28,57\%$$

— **Contrôle** : $1,4 \times 0,7143 \approx 1$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Piège** : proposer -40% ✓

— **Ce que cela donnerait** : $1,4 \times 0,6 = 0,84$ ✓

— **Taux** : -16% , loin du compte ✓

c) **Coefficient de la baisse** : 0,75 ✓

— **Coefficient réciproque** : $\frac{1}{0,75}$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 1,3333$ ✓

— **Taux** :

$$\approx +33,33\%$$

— **Contrôle** : $0,75 \times 1,3333 \approx 1$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Règle générale** : une baisse de t s'annule par une hausse supérieure à t ✓

— **Raison** : la référence est plus basse ✓

— **Contrôle avec 100 €** : 75 € puis 100 € ✓

— **Hausse en euros** : 25 € ✓

— **Part sur 75** : $33,33\%$ ✓

Réponse. a) $\approx 0,7143$ · b) $\approx -28,57\%$ · c) $\approx +33,33\%$.

Correction de l'exercice 6 – Un taux moyen

a) **Taux global** : $1,331 - 1$ ✓

— **Valeur** : 0,331 ✓

— **Taux** :

+33,1 %

b) **Formule** : $1 + t_m = (1,331)^{\frac{1}{3}}$ ✓

— **Calcul de la racine cubique** ✓

— **Valeur** : 1,1 ✓

— **Taux moyen** :

+10 %

c) **Vérification** : $1,1^3$ ✓

— **Calcul intermédiaire** : $1,1^2 = 1,21$ ✓

— **Produit final** : $1,21 \times 1,1$ ✓

— **Valeur** : 1,331 ✓

— **Concordance** ✓

— **Piège** : diviser le taux global par 3 ✓

— **Ce que cela donnerait** : $\approx 11,03$ % ✓

— **Contrôle** : $1,1103^3 \approx 1,369$ ✓

— **Écart avec 1,331** : notable ✓

— **Application à 5000 €** : 6655 € après trois ans ✓

— **Contrôle année par année** : 5500, 6050, 6655 € ✓

— **Concordance** ✓

— **Taux moyen sur six ans** : $(1,331^2)^{1/6}$ ✓

— **Valeur** : 1,1, soit +10 % ✓

Réponse. a) +33,1 % · b) +10 % · c) $1,1^3 = 1,331$.

Correction de l'exercice 7 – Taux moyen sur quatre ans

— **Coefficient global** : 1,5 ✓

— **Nombre de périodes** : 4 ✓

— **Formule** : $1 + t_m = 1,5^{\frac{1}{4}}$ ✓

— **Sur la calculatrice** : puissance 0,25 ✓

— **Valeur approchée** : 1,1067 ✓

— **Taux moyen** :

$\approx +10,67$ %

— **Vérification** : $1,1067^4$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 1,5$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Piège** : diviser 50 par 4 ✓

— **Ce que cela donnerait** : 12,5 % ✓

— **Contrôle** : $1,125^4 \approx 1,602$ ✓

— **Écart avec 1,5** : 0,102 ✓

— **Interprétation** : le taux moyen est inférieur à la moyenne arithmétique ✓

— **Raison** : les intérêts composés amplifient ✓

— **Application à 1 200 000 €** : 1 800 000 € après quatre ans ✓

— **Chiffre d'affaires après un an au taux moyen** : $\approx 1\,328\,040$ € ✓

- **Après deux ans** : $\approx 1\,469\,742\text{ €}$ ✓
- **Après trois ans** : $\approx 1\,626\,563\text{ €}$ ✓
- **Après quatre ans** : $\approx 1\,800\,000\text{ €}$ ✓

Réponse. Environ $+10,67\%$ par an.

Correction de l'exercice 8 – Un taux moyen de baisse

- **Coefficient global** : $1 - 0,36$ ✓
- **Valeur** : $0,64$ ✓
- **Nombre de périodes** : 2 ✓
- **Formule** : $1 + t_m = 0,64^{\frac{1}{2}}$ ✓
- **Interprétation** : c'est la racine carrée ✓
- **Valeur** : $0,8$ ✓
- **Taux moyen** :

-20%
- **Vérification** : $0,8^2$ ✓
- **Valeur** : $0,64$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Piège** : diviser 36 par 2 ✓
- **Ce que cela donnerait** : -18% ✓
- **Contrôle** : $0,82^2 = 0,6724$ ✓
- **Taux correspondant** : $-32,76\%$ ✓
- **Écart avec -36%** : plus de 3 points ✓
- **Application à $25\,000\text{ €}$** : $16\,000\text{ €}$ après deux ans ✓
- **Contrôle année par année** : $20\,000$ puis $16\,000\text{ €}$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Taux moyen sur quatre ans pour la même perte** : $0,64^{1/4} \approx 0,8944$ ✓
- **Taux** : environ $-10,56\%$ par an ✓

Réponse. -20% par an.

Correction de l'exercice 9 – Un placement

- a) **Coefficient annuel** : $1,025$ ✓
- **Sur six ans** : $1,025^6$ ✓
 - **Valeur approchée** : $1,1597$ ✓
 - **Capital final** : $8000 \times 1,1597$ ✓
 - **Résultat** :

$\approx 9277,55\text{ €}$
- b) **Taux global** : $1,1597 - 1$ ✓
- **Valeur approchée** :

$\approx +15,97\%$
 - **Piège** : multiplier 2,5 par 6 ✓
 - **Ce que cela donnerait** : 15% ✓
 - **Écart** : près d'un point ✓
- c) **Intérêts** : $9277,55 - 8000$ ✓

— **Résultat :**

$$\approx 1277,55 \text{ €}$$

— **Contrôle :** $0,1597 \times 8000 \approx 1277,6 \text{ €}$ ✓— **Concordance** ✓— **Intérêts de la première année :** 200 € ✓— **Intérêts de la sixième année :** $\approx 226,28 \text{ €}$ ✓— **Observation :** ils augmentent chaque année ✓— **Explication :** les intérêts produisent des intérêts ✓— **Durée pour doubler le capital :** environ 28 ans ✓— **Contrôle :** $1,025^{28} \approx 1,996$ ✓**Réponse.** a) environ 9277,55 € · b) $\approx +15,97\%$ · c) environ 1277,55 € d'intérêts.**Correction de l'exercice 10 - Reconstituer une évolution manquante**— **Premier coefficient :** 1,18 ✓— **Coefficient global :** 1,0354 ✓— **Relation :** $1,18 \times CM_2 = 1,0354$ ✓— **Isolement :** $CM_2 = \frac{1,0354}{1,18}$ ✓— **Valeur :**

$$0,8775$$

— **Comparaison à 1 :** inférieur ✓— **Nature :** une baisse ✓— **Taux :** $0,8775 - 1$ ✓— **Valeur :**

$$\approx -12,25\%$$

— **Vérification :** $1,18 \times 0,8775$ ✓— **Valeur approchée :** 1,0353 ✓— **Concordance aux arrondis près** ✓— **Piège :** soustraire 18 – 3,54 ✓— **Ce que cela donnerait :** $-14,46\%$ ✓— **Contrôle :** $1,18 \times 0,8554 = 1,0094$ ✓— **Taux :** $+0,94\%$, pas $3,54\%$ ✓— **Application à 500 € :** 590 € après la hausse ✓— **Puis :** $\approx 517,67 \text{ €}$ ✓— **Contrôle :** $500 \times 1,0354 = 517,70 \text{ €}$ ✓**Réponse.** Une baisse d'environ 12,25 %.**Correction de l'exercice 11 - Comparer deux stratégies**a) **Première stratégie :** $1,06^2$ ✓— **Valeur :**

$$1,1236$$

— **Taux :** $+12,36\%$ ✓— **Seconde stratégie :** 1,12 ✓— **Taux :** $+12\%$ ✓

- **Comparaison** : $1,1236 > 1,12$ ✓
- **Conclusion** : la **première** rapporte davantage ✓
- **Écart de taux** : 0,36 point ✓

b) **Prix avec la première** : $1500 \times 1,1236$ ✓

- **Résultat** : 1685,40 € ✓
- **Prix avec la seconde** : $1500 \times 1,12$ ✓
- **Résultat** : 1680 € ✓
- **Différence** :
5,40 €
- **Contrôle** : $0,0036 \times 1500 = 5,40$ € ✓
- **Concordance** ✓
- **Généralisation** : $(1 + t)^2 = 1 + 2t + t^2 > 1 + 2t$ ✓
- **Terme supplémentaire** : t^2 ✓
- **Ici** : $0,06^2 = 0,0036$ ✓
- **Concordance avec l'écart de taux** ✓
- **Avec trois hausses de 4 %** : $1,04^3 \approx 1,1249$ ✓
- **Comparaison** : encore un peu plus que +12 % ✓

Réponse. a) 1,1236 contre 1,12 · b) 5,40 € de plus.

Correction de l'exercice 12 - Une suite d'évolutions

a) **Coefficients** : 1,12, 0,95 et 1,08 ✓

- **Premier produit** : $1,12 \times 0,95$ ✓
- **Valeur** : 1,064 ✓
- **Produit final** : $1,064 \times 1,08$ ✓
- **Coefficient global** :

1,14912

b) **Taux global** : $1,14912 - 1$ ✓

- **Valeur approchée** :
 $\approx +14,91\%$

- **Piège** : additionner $12 - 5 + 8$ ✓
- **Ce que cela donnerait** : 15 % ✓
- **Écart** : faible ici, mais réel ✓

c) **Nombre de périodes** : 3 ✓

- **Formule** : $1 + t_m = 1,14912^{\frac{1}{3}}$ ✓
- **Valeur approchée** : 1,0474 ✓
- **Taux moyen** :

$\approx +4,74\%$

- **Vérification** : $1,0474^3 \approx 1,1491$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : entre -5 % et +12 % ✓
- **Application à 900 000 €** : $\approx 1\,034\,208$ € ✓
- **Détail année par année** : 1 008 000 € ✓

- **Puis** : 957 600 € ✓
- **Puis** : 1 034 208 € ✓
- **Concordance** ✓

Réponse. a) 1,14912 · b) $\approx +14,91\%$ · c) $\approx +4,74\%$.

Correction de l'exercice 13 - L'inflation

a) **Coefficients** : 1,025 et 1,018 ✓

- **Produit** : $1,025 \times 1,018$ ✓
- **Valeur** : 1,04345 ✓
- **Taux global** :

$$\approx +4,34\%$$

- **Piège** : additionner pour obtenir 4,3 % ✓
- **Écart** : faible, mais le calcul exact reste préférable ✓

b) **Condition de pouvoir d'achat constant** : même coefficient ✓

- **Réponse** : oui ✓
- **Salaire nécessaire** : $2400 \times 1,04345$ ✓
- **Résultat** :

$$\approx 2504,28 \text{ €}$$

- **Augmentation nécessaire** : $\approx 104,28 \text{ €}$ ✓
- **Effet d'une hausse de salaire de seulement 3 %** : 2472 € ✓
- **Comparaison** : $2472 < 2504,28$ ✓
- **Conclusion** : le pouvoir d'achat **baisse** ✓
- **Perte relative** : $\frac{1,03}{1,04345}$ ✓
- **Valeur approchée** : 0,9871 ✓
- **Taux** : environ $-1,29\%$ ✓
- **Notion mobilisée** : le salaire **réel** ✓
- **Définition** : salaire nominal divisé par l'indice des prix ✓
- **Hausse nécessaire pour gagner 1 % de pouvoir d'achat** : $1,04345 \times 1,01$ ✓
- **Valeur** : $\approx 1,0539$, soit $+5,39\%$ ✓

Réponse. a) $\approx +4,34\%$ · b) oui, il faudrait environ 2504,28 €.

Correction de l'exercice 14 - Un objectif à atteindre

a) **Coefficients réalisés** : 1,08 et 1,11 ✓

- **Produit** : $1,08 \times 1,11$ ✓
- **Coefficient atteint** :

$$1,1988$$

- **Taux correspondant** : $+19,88\%$ ✓

b) **Coefficient visé** : 1,3 ✓

- **Équation** : $1,1988 \times CM_3 = 1,3$ ✓
- **Isolement** : $CM_3 = \frac{1,3}{1,1988}$ ✓
- **Valeur approchée** : 1,0844 ✓
- **Taux nécessaire** :

$$\approx +8,44 \%$$

- **Vérification** : $1,1988 \times 1,0844 \approx 1,3$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Piège** : calculer $30 - 8 - 11 = 11 \%$ ✓
- **Contrôle** : $1,1988 \times 1,11 = 1,3307$ ✓
- **Taux** : $+33,07 \%$, trop ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : $8,44 \%$ est entre les deux taux réalisés ✓
- **Appréciation** : l'objectif reste atteignable ✓
- **Chiffre d'affaires initial de 2 millions** : objectif 2,6 millions ✓
- **Après deux ans** : 2,3976 millions ✓
- **Croissance nécessaire en valeur** : 0,2024 million ✓

Réponse. a) 1,1988 · b) environ $+8,44 \%$.

Correction de l'exercice 15 - Deux soldes successives

a) **Coefficients** : 0,7 et 0,5 ✓

- **Produit** : $0,7 \times 0,5$ ✓
- **Coefficient global** : 0,35 ✓
- **Taux global** :

$$-65 \%$$

- **Piège** : additionner pour obtenir -80% ✓
- **Écart** : 15 points ✓

b) **Calcul** : $180 \times 0,35$ ✓

— **Résultat** :

$$63 \text{ €}$$

- **Contrôle par étapes** : $180 \times 0,7 = 126 \text{ €}$ ✓
- **Puis** : $126 \times 0,5 = 63 \text{ €}$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Économie totale** : 117 € ✓
- **Contrôle** : $0,65 \times 180 = 117 \text{ €}$ ✓

c) **Coefficient réciproque** : $\frac{1}{0,35}$ ✓

- **Valeur approchée** : 2,8571 ✓
- **Taux** :

$$\approx +185,71 \%$$

- **Contrôle** : $63 \times 2,8571 \approx 180 \text{ €}$ ✓
- **Concordance** ✓
- **Interprétation** : il faudrait presque tripler le prix ✓
- **Piège** : proposer $+65 \%$ ✓
- **Ce que cela donnerait** : $63 \times 1,65 = 103,95 \text{ €}$ ✓
- **Écart avec 180 €** : considérable ✓

Réponse. a) -65% · b) 63 € · c) une hausse d'environ $185,71 \%$.

Correction de l'exercice 16 – Synthèse : une entreprise sur cinq ans

a) **Coefficient global** : $\frac{1\,595\,313}{1\,250\,000}$ ✓

— **Valeur approchée** : 1,27625 ✓

— **Taux global** :

$$\approx +27,63\%$$

b) **Formule** : $1 + t_m = 1,27625^{\frac{1}{5}}$ ✓

— **Valeur approchée** : 1,05 ✓

— **Taux moyen** :

$$+5\%$$

— **Vérification** : $1,05^5$ ✓

— **Valeur approchée** : 1,2763 ✓

— **Concordance** ✓

— **Piège** : diviser 27,63 par 5 ✓

— **Ce que cela donnerait** : 5,53 % ✓

— **Contrôle** : $1,0553^5 \approx 1,3087$ ✓

— **Écart** : notable ✓

c) **Deux années supplémentaires** : $1,05^2$ ✓

— **Valeur** : 1,1025 ✓

— **Calcul** : $1\,595\,313 \times 1,1025$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 1\,758\,833 \text{ €}$$

— **Contrôle année par année** : 1 675 079 € ✓

— **Puis** : 1 758 833 € ✓

— **Concordance** ✓

d) **Coefficient sur cinq ans** : $1,04^5$ ✓

— **Valeur approchée** : 1,2167 ✓

— **Calcul** : $1\,250\,000 \times 1,2167$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 1\,520\,816 \text{ €}$$

— **Écart avec la réalité** : $\approx 74\,497 \text{ €}$ ✓

— **Interprétation** : un point de croissance annuelle pèse lourd ✓

— **Écart relatif** : environ 4,9 % ✓

Réponse. a) $\approx +27,63\%$ · b) $+5\%$ · c) environ 1 758 833 € · d) environ 1 520 816 €.