Plaquette 4 – Indices, proportions et parts

Information chiffrée et évolutions — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Indice base 100. Par rapport à une valeur de référence V_0 :

$$I = \frac{V}{V_0} \times 100$$

Indice	Lecture
100	valeur de référence
125	+25 % depuis la référence
80	−20 % depuis la référence
250	la valeur a été multipliée par 2,5

Du taux à l'indice. L'indice vaut $100 \times CM$: un coefficient de 1,18 donne un indice de 118.

Retrouver une valeur.

$$V = V_0 \times \frac{I}{100}$$

Pourquoi des indices. Ils permettent de comparer des grandeurs d'unités différentes (un chiffre d'affaires et un effectif) ou d'ordres de grandeur très éloignés.

Proportion.

$$p = \frac{\text{effectif de la partie}}{\text{effectif total}}$$

Notion	Formule
proportion d'une partie	$\frac{\text{partie}}{\text{total}}$
effectif d'une partie	$p \times \text{total}$
effectif total	$\frac{\text{partie}}{p}$

Proportion d'une proportion. Les proportions se **multiplient** : 25 % d'un groupe qui représente 60 % du total font 15 % du total.

Part de marché. C'est la proportion des ventes d'une entreprise dans les ventes totales du secteur. Elle peut baisser alors que les ventes augmentent, si le marché croît plus vite.

Contrôle. La somme des proportions d'une répartition vaut 1, soit 100 %.

Correction de l'exercice 1 – Calculer un indice

L'indice d'une valeur, base 100 à l'année de référence, est

$$I = \frac{V}{V_{\text{réf}}} \times 100$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) $I_{2025} = \dfrac{135}{108} \times 100 = 125$.

b) L'indice 125 signifie que la valeur de 2025 est égale à 125 % de celle de 2020 : le coefficient multiplicateur est 1,25, soit une hausse de 25 %. On le vérifie avec la formule du taux : $\dfrac{135 - 108}{108} = \dfrac{27}{108} = 0{,}25$.

Lecture rapide. Avec une base 100, le taux d'évolution depuis l'année de référence se lit directement : c'est l'indice moins 100, en pourcentage.

Réponse. a) 125 · b) +25 %.

Correction de l'exercice 2 – Un indice inférieur à 100

On prend la première valeur comme référence :

$$I = \frac{96}{120} \times 100 = 80$$

a) L'indice vaut 80.

b) La production vaut 80 % de la valeur de départ : le coefficient multiplicateur est 0,8, et le taux d'évolution $0{,}8 - 1 = -0{,}2$, soit une baisse de 20 %. Contrôle : $\dfrac{96 - 120}{120} = \dfrac{-24}{120} = -0{,}2$.

Un indice inférieur à 100 signale toujours une baisse par rapport à l'année de référence ; un indice supérieur à 100, une hausse.

Réponse. a) 80 · b) −20 %.

Correction de l'exercice 3 – Lire un indice

Un indice de 143,6 en base 100 signifie que les prix actuels valent 143,6 % de ceux de 2015 : le coefficient multiplicateur depuis 2015 est

$$CM = \frac{143{,}6}{100} = 1{,}436$$

a) Le taux d'évolution est $1{,}436 - 1 = 0{,}436$, soit une hausse de 43,6 % depuis 2015.

b) Le prix actuel s'obtient en appliquant ce coefficient au prix de 2015 :

$$2500 \times 1{,}436 = 3590 \text{ €}$$

Contrôle. L'augmentation, $3590 - 2500 = 1090$ €, représente bien 43,6 % de 2500 € : $0{,}436 \times 2500 = 1090$.

Réponse. a) +43,6 % · b) 3590 €.

Correction de l'exercice 4 – Comparer deux séries

Chaque entreprise prend sa propre première année comme base 100 :

$$I = \frac{V_{\text{finale}}}{V_{\text{initiale}}} \times 100$$

a) Pour A : $\dfrac{146}{125} \times 100 = 116{,}8$. Pour B : $\dfrac{132}{110} \times 100 = 120$.

b) L'indice de A traduit une hausse de 16,8 %, celui de B une hausse de 20 %. C'est **l'entreprise B** qui a le mieux progressé, alors qu'elle a gagné 22 milliers d'euros, contre 21 pour A : les indices permettent de comparer des évolutions de séries qui ne partent pas du même niveau.

Réponse. a) 116,8 et 120 · b) l'entreprise B.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 5 – Enchaîner des indices

a) Une hausse de 2,8 % multiplie l’indice par 1,028, comme n’importe quelle valeur :

$$103{,}5 \times 1{,}028 = 106{,}398 \approx 106{,}4$$

b) L’indice final est exprimé en base 100 au départ : le taux global se lit directement, $106{,}398 - 100 = 6{,}398$, soit environ +6,4 % sur les deux ans.

On retrouve le même résultat avec les coefficients : $1{,}035 \times 1{,}028 \approx 1{,}0640$. Ce n’est pas $3{,}5 + 2{,}8 = 6{,}3$ % : comme les taux, les hausses d’indice ne s’additionnent pas.

Réponse. a) environ 106,4 · b) environ +6,4 %.

Correction de l’exercice 6 – Une proportion

La proportion d’une partie dans un ensemble est

$$p = \frac{\text{effectif de la partie}}{\text{effectif total}}$$

a) $p = \dfrac{45}{180} = 0{,}25$: 25 % des salariés sont cadres.

b) Les non-cadres forment le reste de l’entreprise : $1 - 0{,}25 = 0{,}75$, soit 75 % (ou $\dfrac{135}{180}$).

c) Après l’embauche, l’entreprise compte $180 + 20 = 200$ salariés, toujours dont 45 cadres. La nouvelle proportion est $\dfrac{45}{200} = 0{,}225$, soit 22,5 %. Le nombre de cadres n’a pas changé, mais leur proportion baisse parce que le total augmente.

Réponse. a) 25 % · b) 75 % · c) 22,5 %.

Correction de l’exercice 7 – Proportion d’une proportion

Pour obtenir la proportion d’une partie d’une partie, on multiplie les proportions :

$$p = p_1 \times p_2$$

a) Les utilisateurs de l’offre premium représentent 28 % des abonnés, qui représentent eux-mêmes 45 % de la population :

$$p = 0{,}45 \times 0{,}28 = 0{,}126$$

soit 12,6 % de la population. Additionner les deux pourcentages n’aurait aucun sens.

b) $12\,000 \times 0{,}126 = 1512$ personnes. Contrôle en deux étapes : $12\,000 \times 0{,}45 = 5400$ abonnés, dont $5400 \times 0{,}28 = 1512$ utilisent l’offre premium.

Réponse. a) 12,6 % · b) 1512 personnes.

Correction de l’exercice 8 – Une part de marché

a) La part de marché est la proportion des ventes de l’entreprise dans les ventes totales du marché. La première année : $\dfrac{2{,}4}{8{,}5} \approx 0{,}2824$, soit environ 28,24 %. La seconde : $\dfrac{3{,}1}{9{,}6} \approx 0{,}3229$, soit environ 32,29 %.

b) On applique la formule du taux d’évolution :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

Ventes de l’entreprise : $\dfrac{3{,}1 - 2{,}4}{2{,}4} \approx 0{,}2917$, soit environ +29,17 %. Marché :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$\dfrac{9{,}6-8{,}5}{8{,}5} \approx 0{,}1294$, soit environ +12,94 %.

c) Les ventes de l'entreprise progressent plus vite que le marché. Elle gagne donc des parts de marché : environ 4 points, de 28,24 % à 32,29 %.

Réponse. a) environ 28,24 % puis 32,29 % · b) environ +29,17 % et +12,94 % · c) la part de marché progresse d'environ 4 points.

Correction de l'exercice 9 – Une répartition

Prendre un pourcentage d'un montant, c'est multiplier ce montant par la proportion :

$$\text{part} = p \times \text{total}$$

a) Alimentation : $0{,}40 \times 840 = 336$ €. Logement : $0{,}35 \times 840 = 294$ €. Les loisirs reçoivent le reste : $840 - 336 - 294 = 210$ €.

b) La proportion des loisirs est $\dfrac{210}{840} = 0{,}25$, soit 25 %. On pouvait l'obtenir directement : $100 - 40 - 35 = 25$ %, puisque les trois postes se partagent tout le budget.

Contrôle. $336 + 294 + 210 = 840$ € : la répartition est complète.

Réponse. a) 336 €, 294 € et 210 € · b) 25 %.

Correction de l'exercice 10 – Retrouver un effectif total

On connaît la partie (340 élèves) et la proportion qu'elle représente (27,2 %). Comme partie $= p \times$ total, on divise :

$$\text{total} = \frac{\text{partie}}{p} = \frac{340}{0{,}272} = 1250$$

a) Le lycée compte 1250 élèves.

b) $1250 - 340 = 910$ élèves ne sont pas en terminale, soit $\dfrac{910}{1250} = 0{,}728$, c'est-à-dire 72,8 % de l'effectif.

Contrôle. $0{,}272 \times 1250 = 340$, et 27,2 % + 72,8 % = 100 %.

Réponse. a) 1250 élèves · b) 910 élèves, soit 72,8 %.

Correction de l'exercice 11 – Un tableau croisé

a) Les particuliers représentent 62 % des 2400 clients : $0{,}62 \times 2400 = 1488$ particuliers.

b) Parmi eux, 25 % ont souscrit l'option : $0{,}25 \times 1488 = 372$ clients.

c) On rapporte ces 372 clients à l'ensemble des clients :

$$\frac{372}{2400} = 0{,}155$$

soit 15,5 % de l'ensemble. On retrouve le produit des proportions : $0{,}62 \times 0{,}25 = 0{,}155$. Les 25 % portent sur les particuliers seulement : ce n'est pas un quart de tous les clients.

Réponse. a) 1488 · b) 372 · c) 15,5 %.

Correction de l'exercice 12 – Comparer avec des indices

a) Les indices sont en base 100 en 2020 : l'indice 128 indique directement une hausse de 28 % depuis 2020.

b) Entre 2023 et 2025, on ne soustrait pas les indices : $128 - 112 = 16$ points d'indice ne font pas 16 %. On calcule le taux d'évolution entre les deux indices, comme entre deux valeurs :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$t = \frac{128 - 112}{112} = \frac{16}{112} \approx 0{,}1429$$

soit environ +14,29 %. La base de comparaison est ici 2023, dont l'indice vaut 112, et non 100.

Réponse. a) +28 % · b) environ +14,29 %.

Correction de l'exercice 13 – Deux proportions à combiner

Pour chaque groupe, on multiplie la proportion du groupe par la proportion de sportifs dans ce groupe :

$$p = p_{\text{groupe}} \times p_{\text{sportifs dans le groupe}}$$

a) Filles sportives : $0{,}60 \times 0{,}30 = 0{,}18$, soit 18 % de la classe.

b) Les garçons forment 40 % de la classe : garçons sportifs, $0{,}40 \times 0{,}45 = 0{,}18$, soit 18 % aussi.

c) Les deux groupes n'ont pas d'élève en commun : on additionne, 18 % + 18 % = 36 %. Ce n'est pas la moyenne simple de 30 % et 45 %, qui vaudrait 37,5 % : les filles, plus nombreuses, pèsent davantage dans le résultat.

Réponse. a) 18 % · b) 18 % · c) 36 %.

Correction de l'exercice 14 – Une erreur d'indice

L'indice a gagné $112 - 104 = 8$ **points**. Mais une hausse de 8 % supposerait que l'indice de départ vaille 100. Ici, on calcule le taux d'évolution par rapport à 104 :

$$t = \frac{112 - 104}{104} = \frac{8}{104} \approx 0{,}0769$$

La hausse des prix est d'environ 7,69 %, et non de 8 %.

À retenir. Une différence d'indices se mesure en points. Elle ne coïncide avec un pourcentage que lorsque l'indice de départ vaut 100.

Réponse. +8 points d'indice, soit seulement environ +7,69 %.

Correction de l'exercice 15 – Changer de base

Rebaser une série, c'est diviser tous les indices par celui de la nouvelle année de référence, puis multiplier par 100 :

$$I_{\text{nouveau}} = \frac{I_{\text{ancien}}}{112} \times 100$$

a) $\frac{100}{112} \times 100 \approx 89{,}3$; $\frac{112}{112} \times 100 = 100$; $\frac{125}{112} \times 100 \approx 111{,}6$; $\frac{140}{112} \times 100 = 125$.

b) Entre la troisième et la quatrième année, l'ancien taux est $\frac{140}{125} = 1{,}12$, soit +12 %. Avec les nouveaux indices, $\frac{125}{111{,}6} \approx 1{,}12$ aussi : le taux est **inchangé**. Changer de base revient à multiplier tous les indices par un même nombre, ce qui ne modifie aucun quotient entre deux années.

Réponse. a) 89,3 ; 100 ; 111,6 ; 125 · b) inchangé : +12 %.

Correction de l'exercice 16 – Synthèse : un marché en croissance

a) Le chiffre d'affaires d'Alpha est sa part du marché : $0{,}35 \times 48 = 16{,}8$ millions d'euros.

b) On applique à chaque grandeur son coefficient multiplicateur :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\text{marché} : 48 \times 1{,}12 = 53{,}76 \text{ M€} \qquad \text{Alpha} : 16{,}8 \times 1{,}04 = 17{,}472 \text{ M€}$$

c) La nouvelle part de marché est $\dfrac{17{,}472}{53{,}76} = 0{,}325$, soit 32,5 %.

d) Alpha vend davantage (+4 %), mais le marché croît trois fois plus vite (+12 %). Sa part de marché recule donc de 2,5 points, de 35 % à 32,5 % : une entreprise peut progresser et perdre du terrain face à ses concurrents. On le retrouve par les coefficients : la part est multipliée par $\dfrac{1{,}04}{1{,}12} \approx 0{,}93$.

Réponse. a) 16,8 M€ · b) marché 53,76 M€, Alpha 17,472 M€ · c) 32,5 % · d) la part de marché baisse malgré la croissance des ventes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).