Plaquette 1 – Taux, coefficients multiplicateurs et évolutions successives

Information chiffrée et évolutions — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules du cours à utiliser.

— **Taux d'évolution** entre une valeur initiale V_I et une valeur finale V_F :

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$ (à exprimer en pourcentage en multipliant par 100)

— **Coefficient multiplicateur** : $CM = 1 + t$. Alors $V_F = V_I \times CM$ et $V_I = \frac{V_F}{CM}$.

— Augmentation de $t\,\%$: $CM = 1 + \frac{t}{100}$. Diminution de $t\,\%$: $CM = 1 - \frac{t}{100}$.

— **Évolutions successives** : les coefficients se **multiplient** (les taux ne s'additionnent pas) :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$

— **Évolution réciproque** : le coefficient qui annule une évolution de coefficient CM est $\frac{1}{CM}$.

— **Indice** base 100 : $I = \frac{V}{V_{\text{référence}}} \times 100$. Un indice de 112,5 signifie +12,5 % depuis la référence.

— Proportion (ou part) : $p = \frac{\text{effectif de la partie}}{\text{effectif total}}$.

Correction de l'exercice 1 – Calculer un taux d'évolution

On applique la formule du cours :

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{290\,000 - 250\,000}{250\,000} = \frac{40\,000}{250\,000} = 0{,}16$$

— Soit une **augmentation de** 16 %.

— Contrôle : $250\,000 \times 1{,}16 = 290\,000$ €. Cohérent.

Piège. On divise toujours par la valeur **initiale**, jamais par la valeur finale.

Réponse. $t = 0{,}16$, soit +16 %.

Correction de l'exercice 2 – Du taux au coefficient multiplicateur

Formule du cours : $CM = 1 + t$.

— a) Hausse de 12 % : $CM = 1 + 0{,}12 = 1{,}12$. Application : $400 \times 1{,}12 = 448$ €.

— b) Baisse de 8 % : $CM = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$. Application : $400 \times 0{,}92 = 368$ €.

— c) Hausse de 150 % : $CM = 1 + 1{,}5 = 2{,}5$. Application : $400 \times 2{,}5 = 1\,000$ €.

— À retenir : un coefficient supérieur à 1 traduit une hausse, inférieur à 1 une baisse.

Réponse. a) 1,12 → 448 € · b) 0,92 → 368 € · c) 2,5 → 1 000 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 3 – Retrouver la valeur initiale

— Coefficient multiplicateur : $CM = 1{,}05$.

— Formule du cours : $V_I = \dfrac{V_F}{CM}$.

$$V_I = \frac{861}{1{,}05} = 820 \text{ €}$$

— Vérification : $820 \times 1{,}05 = 861$ €. Correct.

Piège. Il ne faut **pas** retirer 5 % de 861 € : cela donnerait 817,95 €, ce qui est faux, car les 5 % portent sur l'ancien loyer.

Réponse. 820 €.

Correction de l'exercice 4 – Prix hors taxes et toutes taxes

Ajouter la TVA de 10 %, c'est multiplier le prix hors taxes par le coefficient 1,1 :

$$\text{Prix TTC} = \text{Prix HT} \times 1{,}1$$

a) On connaît le prix TTC : on divise par le coefficient pour retrouver le prix HT, $\dfrac{27{,}50}{1{,}1} = 25$ €. La TVA vaut $27{,}50 - 25 = 2{,}50$ €, c'est bien 10 % de 25 €.

Retirer 10 % de 27,50 € donnerait 24,75 €, ce qui est faux : la TVA est calculée sur le prix hors taxes, pas sur le prix TTC.

b) Cette fois on connaît le prix HT : $28 \times 1{,}1 = 30{,}80$ € TTC.

Réponse. a) 25 € HT, dont 2,50 € de TVA · b) 30,80 € TTC.

Correction de l'exercice 5 – Évolutions successives

a) Les coefficients se multiplient :

$$CM = 1{,}20 \times 0{,}85 = 1{,}02$$

b) $CM = 1{,}02 = 1 + 0{,}02$: l'évolution globale est une **hausse de** 2 %.

c) $50 \times 1{,}02 = 51$ €.

Piège majeur du chapitre. +20 % puis −15 % ne donne pas +5 % : les taux ne s'additionnent pas. On multiplie les coefficients.

Réponse. a) 1,02 · b) +2 % · c) 51 €.

Correction de l'exercice 6 – Deux baisses successives

— Coefficients : $CM_1 = 0{,}7$ et $CM_2 = 0{,}8$.

— Coefficient global : $0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56$.

— $0{,}56 = 1 - 0{,}44$: la réduction globale est de 44 %.

— Exemple : un vêtement à 80 € tombe à $80 \times 0{,}56 = 44{,}80$ €.

— Ce n'est pas 50 % : la seconde remise s'applique à un prix déjà réduit.

Réponse. $CM = 0{,}56$, soit une baisse globale de 44 %.

Correction de l'exercice 7 – Évolution réciproque

— Coefficient de la hausse : $CM = 1{,}25$.

— Le coefficient réciproque est $\dfrac{1}{CM} = \dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}8$.

— $0{,}8 = 1 - 0{,}2$: il faut une **baisse de** 20 %.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Contrôle : $1{,}25 \times 0{,}8 = 1$, on revient bien au point de départ.

À retenir. Hausse de 25 % puis baisse de 25 % ne ramène **pas** au prix initial : $1{,}25 \times 0{,}75 = 0{,}9375$, soit une perte de 6,25 %.

Réponse. Une baisse de 20 %.

Correction de l'exercice 8 – Trois mois d'évolutions

a) Chaque évolution correspond à un coefficient : 1,05 pour +5 %, 0,97 pour −3 % et 1,02 pour +2 %. Les évolutions s'enchaînent, donc on multiplie les coefficients :

$$CM_{\text{global}} = 1{,}05 \times 0{,}97 \times 1{,}02 = 1{,}03887$$

b) Le taux global est $1{,}03887 - 1 = 0{,}03887$, soit une hausse d'environ 3,89 % sur le trimestre. Ce n'est pas $5 - 3 + 2 = 4$ % : les taux ne s'additionnent pas.

Le chiffre d'affaires de mars vaut $80\,000 \times 1{,}03887 = 83\,109{,}60$ €.

Réponse. a) 1,03887 · b) environ +3,89 %, soit 83 109,60 € en mars.

Correction de l'exercice 9 – Indices base 100

a) Formule du cours : $I = \dfrac{V}{V_{\text{réf}}} \times 100$.

$$I_{2024} = \frac{45}{40} \times 100 = 112{,}5$$

b) Un indice de 112,5 signifie une hausse de 12,5 % depuis 2020 (l'indice de référence valant 100).

c) Un indice de 130 correspond à un coefficient de 1,30 :

— Prix $= 40 \times 1{,}30 = 52$ €.

Réponse. a) 112,5 · b) +12,5 % · c) 52 €.

Correction de l'exercice 10 – Proportions et pourcentage d'un pourcentage

a) 40 % de 500 : $0{,}40 \times 500 = 200$ cadres.

b) 25 % des 200 cadres : $0{,}25 \times 200 = 50$ cadres à l'étranger.

c) Proportion par rapport à l'ensemble des salariés :

$$\frac{50}{500} = 0{,}10 = 10\,\%$$

— On retrouve le résultat par le produit des proportions : $0{,}40 \times 0{,}25 = 0{,}10$, soit 10 %.
— **À retenir.** Un pourcentage d'un pourcentage se calcule en **multipliant** les proportions.

Réponse. a) 200 · b) 50 · c) 10 %.

Correction de l'exercice 11 – Retrouver un total à partir d'une part

a) La part est une proportion du total : $54\,000 = 0{,}18 \times \text{total}$. On divise donc par la proportion :

$$\text{total} = \frac{54\,000}{0{,}18} = 300\,000 \text{ €}$$

Contrôle : $0{,}18 \times 300\,000 = 54\,000$ €.

b) Les ventes en ligne deviennent $54\,000 \times 1{,}25 = 67\,500$ € et le chiffre d'affaires $300\,000 \times 1{,}05 = 315\,000$ €. La nouvelle part est $\dfrac{67\,500}{315\,000} \approx 0{,}2143$, soit environ 21,43 %.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Les ventes en ligne progressent plus vite que l'ensemble des ventes : leur part augmente d'environ 3,4 points.

Réponse. a) 300 000 € · b) environ 21,43 %.

Correction de l'exercice 12 – Points de pourcentage ou pourcentage ?

a) Les deux taux sont des pourcentages ; leur différence se mesure en **points** : $2{,}5 - 2 = 0{,}5$ point.

b) On calcule le taux d'évolution du taux d'intérêt lui-même, en le comparant à sa valeur de départ :

$$t = \frac{2{,}5 - 2}{2} = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25$$

Le taux d'intérêt a augmenté de 25 %.

c) Non. Le titre confond les deux mesures : le taux a gagné 0,5 **point**, ce qui représente une hausse de 25 %. Écrire « +0,5 % » laisse croire à une hausse minime, alors que les intérêts à payer augmentent d'un quart.

Réponse. a) +0,5 point · b) +25 % · c) non : c'est +0,5 point, soit +25 %.

Correction de l'exercice 13 – Problème : comparer deux années

a) $t = \dfrac{1\,100 - 1\,250}{1\,250} = \dfrac{-150}{1\,250} = -0{,}12$, soit une **baisse de** 12 %.

b) Il faut passer de 1 100 à 1 250 :

— Coefficient nécessaire : $\dfrac{1\,250}{1\,100} \approx 1{,}136\,4$.

— Soit une hausse d'environ 13,6 %.

— On remarque qu'il faut une hausse **plus forte** (en pourcentage) que la baisse subie : c'est toujours le cas, car la hausse s'applique à une base plus petite.

Réponse. a) −12 % · b) environ +13,6 %.

Correction de l'exercice 14 – Comparer deux offres d'abonnement

Sans réduction, la première année coûte $12 \times 15 = 180$ €.

a) Offre A : une baisse de 20 % correspond au coefficient 0,8, donc $180 \times 0{,}8 = 144$ €. Offre B : on ne paie que 10 mois, soit $10 \times 15 = 150$ €.

b) Avec l'offre B, on paie 150 € au lieu de 180 € : le coefficient multiplicateur est

$$CM = \frac{150}{180} \approx 0{,}8333$$

soit une réduction d'environ 16,67 % (deux mois sur douze, c'est un sixième).

c) L'offre A est plus avantageuse : elle fait économiser 36 €, contre 30 € pour l'offre B.

Réponse. a) 144 € avec A, 150 € avec B · b) environ −16,67 % · c) l'offre A.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** $1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21$, soit +21 % (et non +20 %).

b) **Vrai.** $0{,}95 = 1 - 0{,}05$, c'est bien une diminution de 5 %.

c) **Vrai.** $0{,}5 \times 2 = 1$: on revient exactement au prix initial.

d) **Faux.** Un indice de 85 correspond au coefficient 0,85, soit une baisse de 15 % (et non de 85 %).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. a) faux (+21 %) · b) vrai · c) vrai · d) faux (−15 %).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).