

Plaquette 1 – Taux, coefficients multiplicateurs et évolutions successives

Information chiffrée et évolutions — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules du cours à utiliser.

- **Taux d'évolution** entre une valeur initiale V_I et une valeur finale V_F :

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I} \quad (\text{à exprimer en pourcentage en multipliant par 100})$$

- **Coefficient multiplicateur** : $CM = 1 + t$. Alors $V_F = V_I \times CM$ et $V_I = \frac{V_F}{CM}$.

- Augmentation de $t\%$: $CM = 1 + \frac{t}{100}$. Diminution de $t\%$: $CM = 1 - \frac{t}{100}$.

- **Évolutions successives** : les coefficients se **multiplient** (les taux ne s'additionnent pas) :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$$

- **Évolution réciproque** : le coefficient qui annule une évolution de coefficient CM est $\frac{1}{CM}$.

- **Taux moyen** sur n périodes : c'est le taux t_m tel que $(1 + t_m)^n = CM_{\text{global}}$, donc

$$1 + t_m = (CM_{\text{global}})^{\frac{1}{n}}$$

- **Indice** base 100 : $I = \frac{V}{V_{\text{référence}}} \times 100$. Un indice de 112,5 signifie +12,5 % depuis la référence.

- Proportion (ou part) : $p = \frac{\text{effectif de la partie}}{\text{effectif total}}$.

Correction de l'exercice 1 – Calculer un taux d'évolution

On applique la formule du cours :

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{290\,000 - 250\,000}{250\,000} = \frac{40\,000}{250\,000} = 0,16$$

- Soit une **augmentation de 16 %**.
- Contrôle : $250\,000 \times 1,16 = 290\,000$ €. Cohérent.

Piège. On divise toujours par la valeur **initiale**, jamais par la valeur finale.

Réponse. $t = 0,16$, soit +16 %.

Correction de l'exercice 2 – Du taux au coefficient multiplicateur

Formule du cours : $CM = 1 + t$.

- a) Hausse de 12 % : $CM = 1 + 0,12 = 1,12$. Application : $400 \times 1,12 = 448$ €.
- b) Baisse de 8 % : $CM = 1 - 0,08 = 0,92$. Application : $400 \times 0,92 = 368$ €.
- c) Hausse de 150 % : $CM = 1 + 1,5 = 2,5$. Application : $400 \times 2,5 = 1\,000$ €.
- À retenir : un coefficient supérieur à 1 traduit une hausse, inférieur à 1 une baisse.

Réponse. a) $1,12 \rightarrow 448 \text{ €}$ · b) $0,92 \rightarrow 368 \text{ €}$ · c) $2,5 \rightarrow 1\,000 \text{ €}$.

Correction de l'exercice 3 - Retrouver la valeur initiale

— Coefficient multiplicateur : $CM = 1,05$.

— Formule du cours : $V_I = \frac{V_F}{CM}$.

$$V_I = \frac{861}{1,05} = 820 \text{ €}$$

— Vérification : $820 \times 1,05 = 861 \text{ €}$. Correct.

Piège. Il ne faut **pas** retirer 5 % de 861 € : cela donnerait 817,95 €, ce qui est faux, car les 5 % portent sur l'ancien loyer.

Réponse. 820 €.

Correction de l'exercice 4 - Évolutions successives

a) Les coefficients se multiplient :

$$CM = 1,20 \times 0,85 = 1,02$$

b) $CM = 1,02 = 1 + 0,02$: l'évolution globale est une **hausse de 2 %**.

c) $50 \times 1,02 = 51 \text{ €}$.

Piège majeur du chapitre. +20 % puis –15 % ne donne pas +5 % : les taux ne s'additionnent pas. On multiplie les coefficients.

Réponse. a) $1,02$ · b) +2 % · c) 51 €.

Correction de l'exercice 5 - Deux baisses successives

— Coefficients : $CM_1 = 0,7$ et $CM_2 = 0,8$.

— Coefficient global : $0,7 \times 0,8 = 0,56$.

— $0,56 = 1 - 0,44$: la réduction globale est de 44 %.

— Exemple : un vêtement à 80 € tombe à $80 \times 0,56 = 44,80 \text{ €}$.

— Ce n'est pas 50 % : la seconde remise s'applique à un prix déjà réduit.

Réponse. $CM = 0,56$, soit une baisse globale de 44 %.

Correction de l'exercice 6 - Évolution réciproque

— Coefficient de la hausse : $CM = 1,25$.

— Le coefficient réciproque est $\frac{1}{CM} = \frac{1}{1,25} = 0,8$.

— $0,8 = 1 - 0,2$: il faut une **baisse de 20 %**.

— Contrôle : $1,25 \times 0,8 = 1$, on revient bien au point de départ.

À retenir. Hausse de 25 % puis baisse de 25 % ne ramène **pas** au prix initial : $1,25 \times 0,75 = 0,9375$, soit une perte de 6,25 %.

Réponse. Une baisse de 20 %.

Correction de l'exercice 7 - Taux moyen d'évolution

— Coefficient global : $CM = \frac{150\,000}{100\,000} = 1,5$.

— Le taux moyen t_m vérifie $(1 + t_m)^3 = 1,5$, donc

$$1 + t_m = 1,5^{\frac{1}{3}} \approx 1,144\,7$$

- Donc $t_m \approx 0,1447$, soit environ 14,47 % **par an**.
- Contrôle : $100\,000 \times 1,1447^3 \approx 150\,000$. Cohérent.

Piège. Le taux moyen n'est pas $\frac{50}{3} \approx 16,67\%$: les évolutions se multiplient, elles ne s'additionnent pas.

Réponse. $t_m \approx 14,47\%$ par an.

Correction de l'exercice 8 - Indices base 100

a) Formule du cours : $I = \frac{V}{V_{\text{réf}}} \times 100$.

$$I_{2024} = \frac{45}{40} \times 100 = 112,5$$

b) Un indice de 112,5 signifie une hausse de 12,5 % depuis 2020 (l'indice de référence valant 100).

c) Un indice de 130 correspond à un coefficient de 1,30 :

$$\text{— Prix} = 40 \times 1,30 = 52 \text{ €}.$$

Réponse. a) 112,5 · b) +12,5 % · c) 52 €.

Correction de l'exercice 9 - Proportions et pourcentage d'un pourcentage

a) 40 % de 500 : $0,40 \times 500 = 200$ cadres.

b) 25 % des 200 cadres : $0,25 \times 200 = 50$ cadres à l'étranger.

c) Proportion par rapport à l'ensemble des salariés :

$$\frac{50}{500} = 0,10 = 10\%$$

— On retrouve le résultat par le produit des proportions : $0,40 \times 0,25 = 0,10$, soit 10 %.

— **À retenir.** Un pourcentage d'un pourcentage se calcule en **multipliant** les proportions.

Réponse. a) 200 · b) 50 · c) 10 %.

Correction de l'exercice 10 - Problème : comparer deux années

a) $t = \frac{1\,100 - 1\,250}{1\,250} = \frac{-150}{1\,250} = -0,12$, soit une **baisse de 12 %**.

b) Il faut passer de 1 100 à 1 250 :

— Coefficient nécessaire : $\frac{1\,250}{1\,100} \approx 1,1364$.

— Soit une hausse d'environ 13,6 %.

— On remarque qu'il faut une hausse **plus forte** (en pourcentage) que la baisse subie : c'est toujours le cas, car la hausse s'applique à une base plus petite.

Réponse. a) -12 % · b) environ +13,6 %.

Correction de l'exercice 11 - Synthèse : vrai ou faux

a) **Faux.** $1,1 \times 1,1 = 1,21$, soit +21 % (et non +20 %).

b) **Vrai.** $0,95 = 1 - 0,05$, c'est bien une diminution de 5 %.

c) **Vrai.** $0,5 \times 2 = 1$: on revient exactement au prix initial.

d) **Faux.** Un indice de 85 correspond au coefficient 0,85, soit une baisse de 15 % (et non de 85 %).

Réponse. a) faux (+21 %) · b) vrai · c) vrai · d) faux (−15 %).