Plaquette 2 – Taux d'évolution et coefficients multiplicateurs

Information chiffrée et évolutions — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Taux d'évolution. Entre une valeur initiale V_I et une valeur finale V_F :

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

On l'exprime en pourcentage en multipliant par 100.

Coefficient multiplicateur.

$$CM = 1 + t \qquad V_F = V_I \times CM \qquad V_I = \frac{V_F}{CM}$$

Évolution	Coefficient
+7 %	1,07
−12 %	0,88
+150 %	2,5
−100 %	0
aucune	1

Du coefficient au taux.

Coefficient	Taux
$CM > 1$	hausse de $(CM - 1) \times 100$ %
$CM < 1$	baisse de $(1 - CM) \times 100$ %

Variation absolue et variation relative. La variation absolue est $V_F - V_I$, exprimée dans l'unité des valeurs ; la variation relative est le taux, en pourcentage. Deux entreprises peuvent gagner 10 000 € et n'avoir pas du tout la même progression.

Point de pourcentage. Passer de 12 % à 15 %, c'est +3 **points**, mais une hausse de 25 % du taux lui-même. Les deux formulations sont exactes et disent des choses différentes.

Contrôles. Un coefficient est toujours positif. Un taux de baisse ne descend jamais sous −100 %. Après une hausse, la valeur finale dépasse l'initiale.

Correction de l'exercice 1 – Calculer un taux

Le taux d'évolution compare la variation à la valeur de départ :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

a) La valeur passe de 250 à 290 : la variation est $290 - 250 = 40$, donc $t = \frac{40}{250} = 0{,}16$, soit une hausse de 16 %.

b) De 80 à 68, la variation est $68 - 80 = -12$, donc $t = \frac{-12}{80} = -0{,}15$. Le signe négatif traduit une **baisse** de 15 %.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

c) La valeur ne change pas : la variation est nulle, donc le taux vaut 0 %.

Contrôle. $250 \times 1{,}16 = 290$ et $80 \times 0{,}85 = 68$: en appliquant chaque taux à la valeur de départ, on retrouve bien la valeur d'arrivée.

Réponse. a) +16 % · b) −15 % · c) 0 %.

Correction de l'exercice 2 – Du taux au coefficient

Une évolution de taux t (écrit en décimal, négatif pour une baisse) multiplie la valeur par

$$CM = 1 + t$$

a) Une hausse de 7 % correspond à $t = 0{,}07$, donc $CM = 1 + 0{,}07 = 1{,}07$.

b) Une baisse de 12 % correspond à $t = -0{,}12$, donc $CM = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$: il reste 88 % de la valeur.

c) Une hausse de 150 % correspond à $t = 1{,}5$, donc $CM = 2{,}5$: la valeur est multipliée par 2,5. Une hausse de plus de 100 % est tout à fait possible.

d) Une baisse de 100 % donne $CM = 1 - 1 = 0$: la valeur devient nulle. C'est la plus forte baisse possible.

Réponse. a) 1,07 · b) 0,88 · c) 2,5 · d) 0.

Correction de l'exercice 3 – Du coefficient au taux

On lit le taux à partir du coefficient en retranchant 1 :

$$t = CM - 1$$

a) $t = 1{,}045 - 1 = 0{,}045$: c'est une hausse de 4,5 %.

b) $t = 0{,}78 - 1 = -0{,}22$: un coefficient inférieur à 1 traduit une baisse, ici de 22 %.

c) $t = 3 - 1 = 2$, soit une hausse de 200 %. Tripler une valeur revient à l'augmenter de 200 %, et non de 300 %.

d) $t = 0{,}999 - 1 = -0{,}001$, soit une baisse de 0,1 % : le coefficient est très proche de 1, la baisse est donc très faible.

Réponse. a) +4,5 % · b) −22 % · c) +200 % · d) −0,1 %.

Correction de l'exercice 4 – Appliquer une évolution

Une hausse de 6 % correspond au coefficient $CM = 1{,}06$. On multiplie le loyer de départ par ce coefficient :

$$V_A = V_D \times CM = 1450 \times 1{,}06 = 1537 \text{ €}$$

a) Le nouveau loyer est de 1537 €.

b) L'augmentation vaut $1537 - 1450 = 87$ €. On peut aussi la calculer directement : 6 % de 1450 €, c'est $0{,}06 \times 1450 = 87$ €.

c) Sur une année de 12 mois, le loyer annuel passe de $1450 \times 12 = 17\,400$ € à $1537 \times 12 = 18\,444$ €.

L'augmentation annuelle, $18\,444 - 17\,400 = 1044$ €, représente aussi 6 % de 17 400 € : une même hausse en pourcentage s'applique à toutes les échelles.

Réponse. a) 1537 € · b) +87 € · c) 17 400 € puis 18 444 €.

Correction de l'exercice 5 – Retrouver la valeur initiale après hausse

Une hausse de 25 % multiplie le prix par $CM = 1{,}25$. Le prix actuel est donc le prix initial multiplié par 1,25 :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$V_D \times 1{,}25 = 875$$

Pour retrouver le prix initial, on **divise** par le coefficient :

$$V_D = \frac{875}{1{,}25} = 700 \text{ €}$$

Contrôle. $700 \times 1{,}25 = 875$ € : la hausse de 25 % appliquée à 700 € redonne bien le prix affiché.

Piège. Retirer 25 % de 875 € donnerait 656,25 €, ce qui est faux : les 25 % portaient sur l'ancien prix, pas sur le nouveau.

Réponse. 700 €, car $\frac{875}{1{,}25} = 700$.

Correction de l'exercice 6 – Retrouver la valeur initiale après baisse

Une baisse de 20 % correspond au coefficient $CM = 0{,}8$. Le chiffre d'affaires actuel est l'ancien multiplié par 0,8 :

$$V_D \times 0{,}8 = 1520$$

On divise donc par le coefficient pour remonter à la valeur de départ :

$$V_D = \frac{1520}{0{,}8} = 1900 \text{ milliers d'euros}$$

Contrôle. $1900 \times 0{,}8 = 1520$: en appliquant la baisse de 20 % à 1900, on retrouve bien 1520.

Piège. Ajouter 20 % à 1520 donnerait 1824, ce qui est faux : la baisse s'est appliquée à l'ancienne valeur, plus grande que la nouvelle.

Réponse. 1900 milliers d'euros, soit 1,9 million d'euros.

Correction de l'exercice 7 – Variation absolue ou relative

a) La **variation absolue** est la différence entre la valeur d'arrivée et la valeur de départ. Pour A : $90\,000 - 80\,000 = 10\,000$ € ; pour B : $410\,000 - 400\,000 = 10\,000$ €. Les deux variations absolues sont égales.

b) La **variation relative**, ou taux d'évolution, rapporte cette différence à la valeur de départ :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

Pour A : $t = \frac{10\,000}{80\,000} = 0{,}125$, soit +12,5 %. Pour B : $t = \frac{10\,000}{400\,000} = 0{,}025$, soit +2,5 %.

c) Les deux entreprises gagnent la même somme, mais pour A elle représente une part bien plus grande de son activité. C'est **l'entreprise A** qui progresse le mieux : son taux d'évolution est cinq fois plus élevé.

Réponse. a) égales : +10 000 € chacune · b) +12,5 % pour A et +2,5 % pour B · c) l'entreprise A.

Correction de l'exercice 8 – Points de pourcentage

a) Les deux taux sont des pourcentages : leur différence se mesure en **points de pourcentage**. Le taux de chômage passe de 12 % à 15 %, il gagne $15 - 12 = 3$ points.

b) On calcule maintenant le taux d'évolution du taux de chômage lui-même :

$$t = \frac{15 - 12}{12} = \frac{3}{12} = 0{,}25$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Le taux de chômage a augmenté de 25 %.

c) Les deux réponses ne sont pas contradictoires : elles ne mesurent pas la même chose. Les 3 points sont un écart absolu entre deux pourcentages ; les 25 % comparent cet écart à la valeur de départ. Concrètement, sur 1000 actifs, on passe de 120 à 150 chômeurs : 30 de plus, soit un quart de plus.

Réponse. a) +3 points · b) +25 % · c) non : les points mesurent un écart absolu, le pourcentage un écart relatif.

Correction de l’exercice 9 – Un chiffre d’affaires

On applique à chaque fois le coefficient multiplicateur au chiffre d’affaires de départ, 84 000 €.

a) Une hausse de 12 % correspond à $CM = 1{,}12$:

$$84\,000 \times 1{,}12 = 94\,080 \text{ €}$$

b) Une baisse de 12 % correspond à $CM = 0{,}88$:

$$84\,000 \times 0{,}88 = 73\,920 \text{ €}$$

c) Dans le premier cas, le chiffre d’affaires gagne $94\,080 - 84\,000 = 10\,080$ € ; dans le second, il perd $84\,000 - 73\,920 = 10\,080$ €. Les deux résultats sont symétriques par rapport à 84 000 €, parce que les deux évolutions s’appliquent **à la même valeur de départ** : 12 % de 84 000, c’est 10 080 dans les deux cas.

Ce ne serait plus vrai si la baisse s’appliquait au résultat de la hausse.

Réponse. a) 94 080 € · b) 73 920 € · c) oui : l’écart est de 10 080 € dans les deux cas, car les deux taux portent sur la même valeur de départ.

Correction de l’exercice 10 – Hors taxes et toutes taxes

Ajouter une TVA de 20 %, c’est multiplier le prix hors taxes par 1,2 :

$$\text{Prix TTC} = \text{Prix HT} \times 1{,}2$$

a) $1075 \times 1{,}2 = 1290$ € TTC.

b) On connaît le prix TTC, on cherche le prix HT : on divise par le coefficient. $\dfrac{1290}{1{,}2} = 1075$ € HT. Retirer 20 % de 1290 € donnerait 1032 €, ce qui est faux, car la TVA est calculée sur le prix HT.

c) La TVA vaut $1290 - 1075 = 215$ €. Sa part dans le prix TTC est

$$\frac{215}{1290} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1667$$

soit environ 16,67 % du prix TTC. La TVA représente 20 % du prix HT, mais seulement un sixième du prix TTC : les deux pourcentages n’ont pas la même base.

Réponse. a) 1290 € · b) 1075 € · c) environ 16,67 % du prix TTC, soit un sixième.

Correction de l’exercice 11 – Une augmentation de salaire

a) Une hausse de 2,8 % correspond au coefficient 1,028 :

$$2150 \times 1{,}028 = 2210{,}20 \text{ €}$$

b) Le gain mensuel est $2210{,}20 - 2150 = 60{,}20$ €. Sur douze mois, cela représente $60{,}20 \times 12 = 722{,}40$ € par an.

c) On cherche le taux t tel que le gain mensuel soit de 100 €. Ce gain est une part du salaire de départ, donc

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$t = \frac{100}{2150} \approx 0{,}0465$$

Il faudrait une augmentation d'environ 4,65 %.

Contrôle. $2150 \times 0{,}0465 \approx 99{,}98$ € : on retrouve bien un gain d'environ 100 € par mois.

Réponse. a) 2210,20 € · b) +60,20 € par mois, soit 722,40 € par an · c) environ 4,65 %.

Correction de l'exercice 12 – Une remise commerciale

Une remise de 35 % correspond à une baisse, de coefficient $CM = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$: le client paie 65 % du prix affiché.

a) Le client paie

$$240 \times 0{,}65 = 156 \text{ €}$$

b) La remise vaut $240 - 156 = 84$ €, ce qui est bien 35 % de 240 € : $0{,}35 \times 240 = 84$.

c) On rapporte cette fois la remise au **prix payé** :

$$\frac{84}{156} \approx 0{,}5385$$

La remise représente environ 53,85 % du prix payé. Ce pourcentage est plus grand que 35 % parce que la base, 156 €, est plus petite que le prix affiché.

Réponse. a) 156 € · b) 84 € · c) environ 53,85 % du prix payé.

Correction de l'exercice 13 – Une population

a) Le taux d'évolution de la population est

$$t = \frac{13\,392 - 12\,400}{12\,400} = \frac{992}{12\,400} = 0{,}08$$

soit une hausse de 8 %.

b) Le coefficient multiplicateur est $CM = 1 + 0{,}08 = 1{,}08$. On le vérifie directement : $\dfrac{13\,392}{12\,400} = 1{,}08$.

c) Si la population augmente encore de 8 %, on multiplie la population actuelle par 1,08 :

$$13\,392 \times 1{,}08 = 14\,463{,}36$$

On peut prévoir environ 14 463 habitants. Il s'agit d'une prévision : elle suppose que la tendance se maintient, ce qui n'est jamais garanti.

Réponse. a) +8 % · b) 1,08 · c) environ 14 463 habitants si la tendance se poursuit.

Correction de l'exercice 14 – Comparer deux remises

Notons p le prix d'un article. Sans remise, trois articles coûtent $3p$.

a) Avec « le troisième article gratuit », le client paie $2p$ au lieu de $3p$. Le coefficient multiplicateur est

$$CM = \frac{2p}{3p} = \frac{2}{3} \approx 0{,}6667$$

Le taux correspondant est $t = \dfrac{2}{3} - 1 = -\dfrac{1}{3} \approx -0{,}3333$, soit une remise d'environ 33,33 %.

b) La première offre fait payer 70 % du prix ($CM = 0{,}7$), la seconde environ 66,67 %. La seconde est donc plus avantageuse pour qui achète **exactement trois** articles. Pour un ou deux articles, elle ne rapporte rien : seule la remise de 30 % s'applique alors.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. a) environ $-33{,}33\,\%$ · b) le troisième article gratuit, pour qui achète trois articles.

Correction de l’exercice 15 – Repérer les erreurs

a) La hausse de $10\,\%$ multiplie le prix par $1{,}1$, la baisse de $10\,\%$ par $0{,}9$. Les coefficients se multiplient :

$$1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$$

Le prix final vaut $99\,\%$ du prix initial : il a baissé de $1\,\%$. L’affirmation est **fausse**, car la baisse porte sur un prix déjà augmenté, donc plus grand.

b) Le coefficient est $\dfrac{600}{200} = 3$, d’où $t = 3 - 1 = 2$, soit $+200\,\%$. L’affirmation est **exacte** : tripler, c’est augmenter de $200\,\%$.

c) Une baisse de $120\,\%$ donnerait un coefficient $1 - 1{,}2 = -0{,}2$, donc un prix négatif. C’est **impossible** : une baisse ne peut pas dépasser $100\,\%$, qui correspond déjà à un prix nul.

Réponse. a) faux : on perd $1\,\%$ · b) exact · c) faux : une baisse ne dépasse jamais $100\,\%$.

Correction de l’exercice 16 – Synthèse : un bilan annuel

Pour chaque grandeur, on utilise la formule du taux d’évolution :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

a) Chiffre d’affaires : $t = \dfrac{715\,000 - 650\,000}{650\,000} = \dfrac{65\,000}{650\,000} = 0{,}1$, soit $+10\,\%$.

b) Charges : $t = \dfrac{565\,000 - 520\,000}{520\,000} = \dfrac{45\,000}{520\,000} \approx 0{,}0865$, soit environ $+8{,}65\,\%$.

c) Le bénéfice est la différence entre chiffre d’affaires et charges :
$650\,000 - 520\,000 = 130\,000$ € en 2024, puis $715\,000 - 565\,000 = 150\,000$ € en 2025. Son taux d’évolution est $\dfrac{150\,000 - 130\,000}{130\,000} = \dfrac{20\,000}{130\,000} \approx 0{,}1538$, soit environ $+15{,}38\,\%$.

d) Le chiffre d’affaires progresse plus vite que les charges ($10\,\%$ contre $8{,}65\,\%$). L’écart entre les deux grandit, si bien que le bénéfice progresse encore plus vite que chacun d’eux : c’est un effet de levier favorable à l’entreprise.

Réponse. a) $+10\,\%$ · b) environ $+8{,}65\,\%$ · c) $130\,000$ € puis $150\,000$ €, soit environ $+15{,}38\,\%$ · d) le bénéfice progresse plus vite que le chiffre d’affaires.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).