

Plaquette 3 - Arbres et expériences à deux étapes

Probabilités et variables aléatoires — Première STMG

Exercices

Méthode

Dès qu'une expérience se déroule en plusieurs temps, l'arbre est l'outil le plus sûr. Deux règles suffisent : **on multiplie** le long d'un chemin, **on additionne** entre les chemins.

Exercice 1 - Lire un chemin

Une expérience a deux étapes. À la première, A a une probabilité 0,7. Si A est réalisé, B a une probabilité 0,4.

- Quelle est la probabilité de la deuxième branche partant de A ?
- Calculer la probabilité du chemin « A puis B ».

Exercice 2 - Deux tirages sans remise

Une urne contient 3 boules rouges et 2 vertes. On tire deux boules **sans remise**.

- Probabilité de deux rouges ?
- Probabilité de deux vertes ?
- Probabilité d'une de chaque couleur ?

Exercice 3 - Deux usines

Une entreprise produit 60 % de ses pièces sur le site A et 40 % sur le site B . Sur A , 2 % des pièces sont défectueuses ; sur B , 5 %.

- Calculer la probabilité qu'une pièce vienne de A et soit défectueuse.
- Calculer la probabilité qu'une pièce soit défectueuse.

Exercice 4 - Trois lancers de pièce

On lance une pièce équilibrée trois fois.

- Combien y a-t-il de chemins dans l'arbre ?
- Probabilité d'obtenir trois piles ?
- Probabilité d'obtenir exactement deux piles ?

Exercice 5 - Deux machines en série

Deux machines fonctionnent indépendamment. Chacune tombe en panne avec une probabilité 0,1.

- Probabilité que les deux fonctionnent ?
- Probabilité qu'au moins une tombe en panne ?
- Et avec trois machines ?

Exercice 6 - Trois fournisseurs

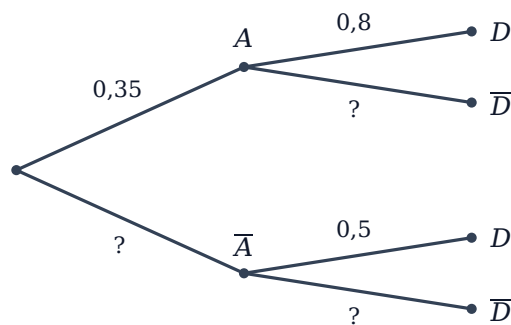
Un magasin s'approvisionne à 50 % chez S_1 , 30 % chez S_2 et 20 % chez S_3 . Les taux de produits non conformes sont respectivement 3 %, 6 % et 1 %.

- Calculer la probabilité de chaque chemin non conforme.
- Calculer la probabilité globale de non-conformité.

Exercice 7 - Compléter un arbre

Un arbre a deux étapes. On sait : $P(A) = 0,35$, la branche « A puis D » vaut 0,8, et la branche « non A puis D » vaut 0,5.

- Compléter toutes les branches manquantes.
- Calculer $P(D)$.



L'arbre à compléter

Exercice 8 - Deux livraisons

Une livraison arrive à l'heure avec une probabilité 0,85, indépendamment des autres. On suit deux livraisons.

- Probabilité que les deux soient à l'heure ?
- Probabilité qu'au moins une soit en retard ?
- Probabilité qu'exactement une soit en retard ?

Exercice 9 - Avec ou sans remise

Une urne contient 4 jetons gagnants et 6 perdants. On tire deux jetons.

- Probabilité de deux gagnants **avec** remise ?
- Probabilité de deux gagnants **sans** remise ?
- Comparer.

Exercice 10 - Un questionnaire au hasard

Un QCM comporte deux questions, chacune avec 4 réponses dont une seule correcte. Un élève répond au hasard.

- Probabilité de tout juste ?
- Probabilité de tout faux ?
- Probabilité d'exactement une bonne réponse ?

Exercice 11 - Remonter dans l'arbre

Reprendre les deux usines : A fournit 60 % avec 2 % de défauts, B fournit 40 % avec 5 % de défauts. Une pièce prise au hasard est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle vienne de B ?

Exercice 12 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « la pièce vient de A avec 0,6 et A produit 2 % de défauts, donc la probabilité d'avoir une pièce de A défectueuse est $0,6 + 0,02 = 0,62$ ». Corriger.

Exercice 13 - Deux étapes de sélection

Pour un poste, 30 % des candidats passent l'entretien. Parmi eux, 40 % réussissent le test technique.

- Probabilité qu'un candidat franchisse les deux étapes ?
- Sur 250 candidats, combien sont retenus ?

Exercice 14 - Un arbre à trois branches

Un client choisit une formule : Éco (50 %), Standard (30 %), Premium (20 %). Il ajoute une option avec des probabilités respectives 0,2, 0,5 et 0,8.

- Calculer la probabilité de chaque chemin avec option.
- Calculer la probabilité globale de prendre l'option.

Exercice 15 - Un dépistage

Un test détecte un défaut. 8 % des pièces sont défectueuses. Le test est positif dans 95 % des cas si la pièce est défectueuse, et dans 4 % des cas si elle est correcte.

- Calculer la probabilité d'un test positif.
- Parmi les tests positifs, quelle proportion correspond à une vraie pièce défectueuse ?

Exercice 16 - Synthèse : un parcours client

40 % des visiteurs d'un site créent un compte. Parmi eux, 25 % passent commande. Parmi ceux qui ne créent pas de compte, 5 % commandent quand même.

- Calculer la probabilité qu'un visiteur commande.
- Sur 8000 visiteurs, combien de commandes ?
- Quelle part des commandes vient des comptes créés ?