Plaquette 5 – Décider avec l’espérance

Probabilités et variables aléatoires — Première STMG

Exercices

Méthode

En gestion, l’espérance sert à **arbitrer** : lancer un produit, assurer un risque, choisir un fournisseur. Chaque exercice se termine par une décision argumentée, jamais par un nombre seul.

Exercice 1 – Choisir un projet

Projet A : gagner 50 k€ avec probabilité 0,6, perdre 20 k€ sinon.

Projet B : gagner 120 k€ avec probabilité 0,3, perdre 30 k€ sinon.

a) Calculer les deux espérances.

b) Quel projet retenir ?

Exercice 2 – Lancer un produit ?

Le lancement rapporterait 200 k€ en cas de succès (probabilité 0,45) et coûterait 90 k€ en cas d’échec.

a) Calculer l’espérance du résultat.

b) Faut-il lancer le produit ?

Exercice 3 – Quel stock commander ?

Un commerçant commande 100 articles. Chaque vente rapporte 8 € de marge ; chaque invendu est soldé avec une perte de 3 €. La demande est forte (100 articles, probabilité 0,6) ou faible (60 articles, probabilité 0,4).

Calculer le résultat espéré.

Exercice 4 – Une garantie étendue

Un magasin vend une garantie 45 €. Une réparation coûte 350 € et survient avec une probabilité 0,1.

a) Calculer le résultat espéré par garantie vendue.

b) Sur 2000 garanties ?

Exercice 5 – Le coût d’une loterie

Une enseigne offre, avec chaque ticket : 1 chance sur 5000 de gagner 20 000 €, et 1 chance sur 200 de gagner 100 €.

a) Calculer le coût moyen par ticket.

b) Budget pour 10 000 tickets ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Espérance égale, risques différents

Placement A : +6 % certain. Placement B : +26 % avec probabilité 0,5, −14 % sinon.

a) Comparer les espérances.

b) Que conseiller ?

Exercice 7 – Une prime d'assurance

Un sinistre coûte 12 000 € et survient avec une probabilité 0,05. Les frais de gestion sont 60 € par contrat.

a) Calculer le coût moyen du risque.

b) Quelle prime minimale l'assureur doit-il demander ?

c) Quelle prime pour une marge de 100 € ?

Exercice 8 – Payer pour réduire un risque

Un retard de chantier entraîne une pénalité de 5000 €, avec une probabilité 0,12. Embaucher des intérimaires coûte 400 € et ramène la probabilité à 0,03.

Faut-il embaucher ?

Exercice 9 – Trois scénarios

Un investissement donne : +300 k€ (optimiste, 0,25), +120 k€ (moyen, 0,5), −80 k€ (pessimiste, 0,25).

a) Calculer l'espérance.

b) Calculer la probabilité de perdre de l'argent.

c) Conclure.

Exercice 10 – Choisir un fournisseur

Fournisseur A : 12 € la pièce, 4 % de défauts. Fournisseur B : 11 € la pièce, 9 % de défauts. Un défaut coûte 30 € de traitement.

Lequel choisir ?

Exercice 11 – Un seuil de probabilité

Un projet coûte 50 k€ et rapporterait 200 k€ en cas de succès, rien sinon.

a) Exprimer le résultat espéré en fonction de la probabilité de succès p.

b) À partir de quelle probabilité le projet est-il rentable ?

Exercice 12 – Repérer une erreur

Un gérant écrit : « le scénario optimiste rapporte 300 k€, donc j'inscris 300 k€ au budget ». Corriger, sachant que les scénarios sont 300 (0,25), 120 (0,5) et −80 (0,25).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Deux campagnes publicitaires

Campagne A : coût 20 k€, rapporte 60 k€ de marge supplémentaire avec probabilité 0,5, rien sinon.

Campagne B : coût 8 k€, rapporte 30 k€ avec probabilité 0,4, rien sinon.

a) Calculer les deux résultats espérés.

b) Comparer aussi le rapport gain espéré sur coût.

Exercice 14 – Un lot de pièces

Un lot de 500 pièces contient 3 % de défectueuses. Chaque pièce défectueuse livrée coûte 80 € de pénalité. Un contrôle complet coûte 900 € et élimine tous les défauts.

Faut-il contrôler ?

Exercice 15 – Une offre commerciale

Une enseigne offre le remboursement du produit (80 €) si l'équipe locale gagne le championnat, ce qui a une probabilité 0,15. La marge sur un produit est 25 €.

a) Calculer la marge espérée par produit vendu.

b) L'opération fait passer les ventes de 4000 à 6000 produits. Est-elle rentable ?

Exercice 16 – Une fréquence surprenante ?

D'habitude, 30 % des personnes contactées répondent à l'enquête d'un institut : on modélise une réponse par une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}3$. Un tableur simule 500 échantillons de 100 personnes. L'écart-type de la série des 500 fréquences de réponse vaut $s \approx 0{,}046$, et 480 de ces fréquences sont dans l'intervalle $[p - 2s\,;p + 2s]$.

a) Calculer les bornes de cet intervalle et la proportion des échantillons simulés qui s'y trouvent.

b) Cette semaine, 42 personnes sur 100 ont répondu. Est-ce une situation fréquente ou rare dans le modèle ?

c) Sachant que s est proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{n}}$, quelle taille d'échantillon faudrait-il pour diviser s par 2 ?

Exercice 17 – Synthèse : ouvrir un point de vente

Ouvrir coûte 150 k€. Trois scénarios de résultat annuel : +90 k€ (0,3), +40 k€ (0,45), −30 k€ (0,25).

a) Calculer le résultat annuel espéré.

b) En combien d'années l'investissement est-il espéré remboursé ?

c) Quelle est la probabilité d'une année déficitaire ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).