Plaquette 4 – Loi de probabilité et espérance

Probabilités et variables aléatoires — Première STMG

Exercices

Méthode

Une variable aléatoire transforme une expérience en **nombres**. Sa loi dit quelles valeurs elle prend et avec quelles probabilités ; son espérance dit ce qu'on obtient **en moyenne** sur un grand nombre de répétitions.

Exercice 1 – Définir une variable aléatoire

On lance un dé. On gagne 10 € si on obtient 6, on perd 2 € sinon. Soit X le gain.

a) Quelles valeurs prend X ?

b) Donner la loi de X.

c) Calculer $E(X)$.

Exercice 2 – Compléter une loi

x_i	-5	0	3	10
$P(X = x_i)$	$0{,}2$	$0{,}35$	?	$0{,}15$

a) Calculer la probabilité manquante.

b) Calculer $P(X \geq 3)$.

c) Calculer $P(X < 0)$.

Exercice 3 – Calculer une espérance

Avec la loi précédente (-5 : 0,2 ; 0 : 0,35 ; 3 : 0,3 ; 10 : 0,15), calculer $E(X)$ et l'interpréter.

Exercice 4 – Une loi de Bernoulli

Un vendeur conclut une vente lors d'un appel avec la probabilité 0,2. On note X la variable aléatoire qui vaut 1 si l'appel aboutit à une vente et 0 sinon.

a) Justifier que X suit une loi de Bernoulli et donner sa loi.

b) Calculer $E(X)$ et l'interpréter.

c) Chaque vente rapporte 45 € de marge et chaque appel coûte 6 €. Calculer l'espérance du gain G d'un appel.

Exercice 5 – Loi d'une somme de deux dés

Soit S la somme de deux dés.

a) Calculer $P(S = 7)$ et $P(S = 2)$.

b) Sans tout calculer, donner $E(S)$ et justifier.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Nombre de boules rouges

Une urne contient 3 rouges et 2 vertes. On tire deux boules sans remise. Soit X le nombre de rouges obtenues.

a) Donner la loi de X.

b) Calculer $E(X)$.

Exercice 7 – Une roue de loterie

Une roue de 20 secteurs identiques : 2 font gagner 50 €, 6 font gagner 10 €, les autres rien. Soit G le gain brut.

a) Donner la loi de G.

b) Calculer $E(G)$.

c) La partie coûte 10 €. Le jeu est-il favorable ?

Exercice 8 – Rendre un jeu équitable

Un jeu rapporte 30 € avec une probabilité 0,15, 5 € avec une probabilité 0,35, et rien sinon. Quelle mise rend le jeu équitable ?

Exercice 9 – Nombre de succès

On répète deux fois une épreuve dont la probabilité de succès est 0,4. Soit X le nombre de succès.

a) Donner la loi de X.

b) Calculer $E(X)$.

Exercice 10 – Gain brut et gain net

Dans un jeu, le gain brut G vaut 0 € avec la probabilité 0,5, 4 € avec la probabilité 0,3 et 20 € avec la probabilité 0,2. La partie coûte 5 €. On note N le gain net (gain brut moins la mise).

a) Calculer $E(G)$.

b) Donner la loi de N et calculer $E(N)$.

c) Comparer $E(N)$ et $E(G) - 5$. Le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 11 – Une loi lue sur un arbre

On lance une pièce équilibrée. Si elle tombe sur pile, on lance un dé : on gagne 6 € si le dé donne 6, rien sinon. Si la pièce tombe sur face, on gagne 1 €. On note X le gain.

a) Représenter l'expérience par un arbre.

b) Donner la loi de X.

c) Calculer $E(X)$.

Exercice 12 – Deux jeux à comparer

Jeu A : gagner 2 € avec probabilité 0,5, perdre 1 € sinon. Jeu B : gagner 100 € avec probabilité 0,02, perdre 1 € sinon.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) Calculer les deux espérances.
b) Lequel choisir ?

Exercice 13 – Repérer une erreur

Un élève écrit : « les gains sont 0, 10 et 50, donc l'espérance est $\frac{0+10+50}{3} = 20$ € ». Corriger, sachant que les probabilités sont 0,6 ; 0,3 ; 0,1.

Exercice 14 – Un contrat d'assurance

Un assureur estime qu'un sinistre survient avec une probabilité 0,03 et coûte 8000 €. La prime annuelle est 350 €. Soit X le résultat de l'assureur.

a) Donner la loi de X.
b) Calculer $E(X)$.
c) Sur 10 000 contrats ?

Exercice 15 – Fixer un prix

Un forfait garantit le remplacement d'un appareil de 600 €. La probabilité de panne est 0,08. L'entreprise veut une marge moyenne de 20 € par forfait.

a) Calculer le coût moyen du risque.
b) Quel prix fixer ?

Exercice 16 – Synthèse : un jeu de fête foraine

On tire une boule dans une urne de 25 boules : 1 rapporte 100 €, 4 rapportent 20 €, 10 rapportent 5 €, les autres rien. La partie coûte 12 €.

a) Donner la loi du gain brut G.
b) Calculer $E(G)$.
c) Le jeu est-il favorable ? Quelle mise le rendrait équitable ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).