

Plaquette 1 - Épreuves de Bernoulli et arbres à deux épreuves

Répétition d'épreuves indépendantes — Première STMG

Exercices

Méthode

Reconnaître une **épreuve de Bernoulli** (deux issues : succès ou échec), puis représenter **deux répétitions identiques et indépendantes** par un arbre. On multiplie le long d'un chemin, on additionne les chemins qui conduisent au même résultat.

Exercice 1 - Reconnaître une épreuve de Bernoulli

Dire si chaque expérience est une épreuve de Bernoulli. Si oui, préciser le succès et sa probabilité.

- On lance un dé équilibré et on regarde si l'on obtient 6.
- On lance un dé équilibré et on note le résultat obtenu.
- Un client entre dans un magasin, où 30 % des visiteurs achètent ; on regarde s'il achète.
- On tire une carte d'un jeu de 32 cartes et on regarde si c'est un cœur.

Exercice 2 - Deux clients

Dans une boutique, chaque client qui entre achète avec la probabilité 0,3, indépendamment des autres. Deux clients entrent.

- Construire l'arbre de probabilités.
- Calculer la probabilité de chacun des quatre chemins.

Exercice 3 - Exactement un achat

On reprend les deux clients, qui achètent chacun avec la probabilité 0,3, indépendamment.

- Quels chemins correspondent à « exactement un client achète » ?
- Calculer cette probabilité.
- Calculer la probabilité qu'aucun client n'achète, puis qu'au moins un client achète.

Exercice 4 - Deux lancers d'une pièce

On lance deux fois une pièce équilibrée. On note F « obtenir face ».

- Donner les quatre issues et leurs probabilités.
- Calculer la probabilité d'obtenir exactement une fois face.

Exercice 5 - Deux tirages avec remise

Une urne contient 3 boules rouges et 7 boules noires. On tire une boule, on note sa couleur, on la **remet**, puis on tire une seconde boule.

- a) Justifier qu'il s'agit de deux épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, en prenant pour succès « tirer une boule rouge ».
- b) Calculer la probabilité de tirer deux boules rouges, puis une seule boule rouge.

Exercice 6 – Avec ou sans remise ?

Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires. On tire deux boules.

- a) Si l'on remet la première boule, quelle est la probabilité de tirer deux rouges ?
- b) Si l'on ne remet pas la première boule, quelle est cette probabilité ?
- c) Dans quel cas parle-t-on de répétition d'épreuves indépendantes ?

Exercice 7 – Deux appels de prospection

Un commercial obtient un rendez-vous à chaque appel avec la probabilité 0,4, indépendamment d'un appel à l'autre. Il passe deux appels.

- a) Calculer la probabilité d'obtenir deux rendez-vous.
- b) Calculer la probabilité de n'en obtenir aucun.
- c) En déduire la probabilité d'obtenir au moins un rendez-vous.

Exercice 8 – Compléter un arbre

Sur un arbre représentant deux épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, la première branche « succès » porte 0,15.

- a) Compléter les probabilités de toutes les branches.
- b) Calculer la probabilité de deux succès et celle de deux échecs.

Exercice 9 – Au moins un six en deux lancers

On lance deux fois un dé équilibré. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un 6.

Exercice 10 – Deux colis livrés à temps

Un transporteur livre un colis à temps avec la probabilité 0,95, indépendamment d'un colis à l'autre. Une entreprise envoie deux colis.

- a) Calculer la probabilité que les deux colis arrivent à temps.
- b) Calculer la probabilité qu'au moins un colis soit en retard.
- c) Calculer la probabilité qu'exactement un colis soit en retard.

Exercice 11 – Retrouver la probabilité d'un succès

On répète deux fois une même épreuve de Bernoulli, de façon indépendante. On sait que la probabilité d'obtenir deux succès vaut 0,36. Calculer la probabilité p d'un succès, puis la probabilité de deux échecs.

Exercice 12 - Repérer une erreur

Un élève écrit : « chaque client achète avec la probabilité 0,3, donc la probabilité que deux clients achètent est $0,3 + 0,3 = 0,6$ ». Corriger.

Exercice 13 - Un jeu en deux lancers

Un jeu consiste à lancer deux fois un dé équilibré. Le joueur gagne si le dé tombe au moins une fois sur 5 ou 6.

- a) Quelle est la probabilité de succès d'un lancer ?
- b) Calculer la probabilité de gagner.

Exercice 14 - Nombre de bons de réduction utilisés

Deux clients reçoivent un bon de réduction. Chacun l'utilise avec la probabilité 0,25, indépendamment. On note X le nombre de bons utilisés.

- a) Donner la loi de probabilité de X .
- b) Calculer l'espérance de X et l'interpréter.

Exercice 15 - Synthèse : deux contrôles qualité

Une machine produit 10 % de pièces défectueuses. On prélève deux pièces au hasard dans une production très importante, ce qui permet de considérer les prélèvements comme indépendants.

- a) Construire l'arbre.
- b) Calculer la probabilité que les deux pièces soient conformes.
- c) Le lot est refusé si au moins une des deux pièces est défectueuse. Calculer la probabilité de refuser le lot.