

Plaquette 5 - Problèmes de gestion

Répétition d'épreuves indépendantes — Première STMG

Exercices

Méthode

Des situations complètes : identifier l'épreuve de Bernoulli et son paramètre, vérifier que les répétitions sont identiques et indépendantes, calculer les probabilités utiles par l'arbre ou par le contraire, puis **décider** à l'aide de la loi du nombre de succès et de son espérance.

Exercice 1 - Une offre envoyée à quatre clients

Une entreprise envoie une offre à quatre clients ; l'envoi coûte 5 € par client. Chaque client accepte avec la probabilité 0,15, indépendamment, et chaque acceptation rapporte 50 € de marge. On note X le nombre d'acceptations et B le bénéfice de l'opération.

- Donner la loi de X , avec des probabilités arrondies à 10^{-4} .
- Exprimer B en fonction de X et donner la loi de B .
- Calculer $E(B)$. L'opération est-elle rentable en moyenne ?

Exercice 2 - Surréservation dans un petit hôtel

Un petit hôtel a trois chambres libres pour une nuit, mais il accepte quatre réservations. Chaque client se présente avec la probabilité 0,8, indépendamment des autres.

- Calculer la probabilité que l'hôtel soit en surréservation (les quatre clients se présentent).
- Calculer la probabilité qu'au moins une chambre reste vide.
- Commenter la stratégie de l'hôtel.

Exercice 3 - Un concours en trois épreuves

Pour être recruté, un candidat passe trois épreuves indépendantes, qu'il réussit chacune avec la probabilité 0,7. Il est admis s'il en réussit au moins deux.

- Calculer la probabilité qu'il soit admis.
- Calculer la probabilité qu'il réussisse les trois épreuves.

Exercice 4 - Le pari du chevalier de Méré

Au XVII^e siècle, le chevalier de Méré pariait qu'il obtiendrait au moins un 6 en quatre lancers d'un dé équilibré. Ce pari était-il favorable, c'est-à-dire avait-il plus d'une chance sur deux de gagner ?

Exercice 5 - Quatre machines et un risque d'arrêt

Un atelier possède quatre machines. Chacune tombe en panne dans la journée avec la probabilité 0,05, indépendamment. La production s'arrête si au moins deux

machines sont en panne. Calculer la probabilité d'un arrêt de production, arrondie à 10^{-3} .

Exercice 6 - Quatre avis clients

Un restaurant reçoit chaque soir des avis en ligne ; chaque avis est positif avec la probabilité 0,8, indépendamment. Ce soir, quatre clients laissent un avis.

- Calculer la probabilité que les quatre avis soient positifs.
- Quel est le nombre d'avis positifs le plus probable ?
- Calculer le nombre moyen d'avis positifs sur quatre.

Exercice 7 - Le coût des sinistres d'une flotte

Une PME assure trois véhicules. Chacun a un sinistre dans l'année avec la probabilité 0,1, indépendamment, et chaque sinistre coûte 2 000 €. On note C le coût annuel des sinistres.

- Donner la loi de C .
- Calculer $E(C)$. Quelle prime annuelle minimale l'assureur doit-il demander pour ne pas perdre d'argent en moyenne ?

Exercice 8 - Des pénalités de retard

Un transporteur livre trois commandes ; chacune arrive en retard avec la probabilité 0,1, indépendamment. Chaque retard lui coûte une pénalité de 10 €. Calculer la pénalité moyenne, puis la probabilité qu'il ne paie aucune pénalité.

Exercice 9 - Trois tickets de loterie

Un ticket coûte 2 € et rapporte 10 € s'il est gagnant, ce qui arrive avec la probabilité 0,1, indépendamment d'un ticket à l'autre. On achète trois tickets ; G désigne le gain net (gains moins mises).

- Donner la loi de G .
- Calculer $E(G)$ et conclure.

Exercice 10 - Simuler trois épreuves en Python

On considère le programme suivant.

```
from random import random

def nb_succes(p):
    n = 0
    for k in range(3):
        if random() < p:
            n = n + 1
    return n
```

- Que renvoie `nb_succes(0.2)` ?
- Un élève l'exécute 10 000 fois et obtient la valeur 0 dans 5 140 cas. Comparer à la probabilité théorique.

Exercice 11 - Combien d'appels pour un rendez-vous ?

Un commercial obtient un rendez-vous avec la probabilité 0,35 à chaque appel, indépendamment. Combien d'appels (au plus quatre) doit-il passer pour avoir au moins 80 % de chances d'obtenir au moins un rendez-vous ?

Exercice 12 - Deux fournisseurs

Le fournisseur A livre 5 % de pièces défectueuses, le fournisseur B 10 %. Un client contrôle trois pièces de chaque livraison (prélèvements indépendants) et refuse la livraison si une pièce au moins est défectueuse.

- Calculer, pour chaque fournisseur, la probabilité que la livraison soit acceptée.
- Commenter.

Exercice 13 - Des épreuves qui ne sont pas identiques

Deux commerciaux démarchent chacun un client. Le premier conclut avec la probabilité 0,3, le second avec la probabilité 0,5, indépendamment. Un élève écrit : « c'est une répétition de deux épreuves identiques de paramètre 0,4 (la moyenne) ». Corriger, puis calculer la probabilité qu'au moins une vente soit conclue.

Exercice 14 - Repérer une erreur

Une urne contient 3 boules gagnantes sur 10. On tire trois boules **sans remise**. Un élève écrit : « $P(\text{trois gagnantes}) = 0,3^3 = 0,027$ ». Corriger.

Exercice 15 - Synthèse : une campagne d'appels

Un vendeur passe quatre appels ; chacun aboutit à une vente avec la probabilité 0,25, indépendamment. Chaque vente rapporte 40 € de marge et chaque appel coûte 3 €. On note X le nombre de ventes et B le bénéfice.

- Donner la loi de X .
- Exprimer B en fonction de X , puis calculer $E(B)$.
- Quelle est la probabilité que la campagne fasse perdre de l'argent ?