

Plaquette 3 – Quatre épreuves et comptage des chemins

Répétition d'épreuves indépendantes — Première STMG

Exercices

Méthode

Avec **quatre** épreuves, l'arbre compte 16 chemins : on ne le dessine plus en entier, on **compte** les chemins qui ont le même nombre de succès en listant les issues. Probabilité d'un chemin, nombre de chemins, puis produit des deux.

Exercice 1 – Combien de chemins ?

On répète quatre fois une épreuve de Bernoulli.

- Combien l'arbre complet a-t-il de chemins ? Justifier.
- Combien de chemins comportent exactement un succès ? Les lister, en notant S un succès et E un échec.

Exercice 2 – Les chemins à deux succès

On répète quatre fois une épreuve de Bernoulli. Lister les chemins comportant exactement deux succès, puis vérifier que le total des chemins vaut bien 16.

Exercice 3 – Quatre lancers d'une pièce

On lance quatre fois une pièce équilibrée. Donner la probabilité d'obtenir 0, 1, 2, 3 puis 4 fois face.

Exercice 4 – Quatre clients

Chaque client d'une boutique achète avec la probabilité 0,3, indépendamment. Quatre clients entrent ; X désigne le nombre d'acheteurs. Donner la loi de X .

Exercice 5 – Quatre pièces contrôlées

Une production comporte 5 % de pièces défectueuses. On contrôle quatre pièces prélevées indépendamment.

- Calculer la probabilité qu'aucune ne soit défectueuse, arrondie à 10^{-4} .
- En déduire la probabilité qu'au moins une soit défectueuse.

Exercice 6 – Au moins trois victoires

Une équipe gagne chaque match avec la probabilité 0,6, indépendamment. Elle dispute quatre matchs. Calculer la probabilité qu'elle en gagne au moins trois.

Exercice 7 – Une série de tirs au but

Un joueur réussit un tir au but avec la probabilité 0,75, indépendamment d'un tir à l'autre. Il tire quatre fois.

- a) Calculer la probabilité qu'il réussisse les quatre tirs.
- b) Calculer la probabilité qu'il en manque au moins un.

Exercice 8 - Deux stratégies de prospection

Pour décrocher au moins un contrat, une entreprise hésite entre deux stratégies : envoyer quatre devis, chacun accepté avec la probabilité 0,2, ou deux devis plus travaillés, chacun accepté avec la probabilité 0,4. Les réponses sont indépendantes. Quelle stratégie donne la plus grande probabilité d'obtenir au moins un contrat ?

Exercice 9 - Le nombre de succès le plus probable

On répète quatre fois une épreuve de Bernoulli de succès $p = 0,2$. Calculer les probabilités d'obtenir 0, 1 et 2 succès. Quel est le nombre de succès le plus probable ?

Exercice 10 - Espérance du nombre d'acheteurs

Le nombre X d'acheteurs parmi quatre clients (chacun achète avec la probabilité 0,3, indépendamment) a pour loi : 0,2401 ; 0,4116 ; 0,2646 ; 0,0756 ; 0,0081 pour $X = 0, 1, 2, 3, 4$. Calculer $E(X)$ et vérifier le résultat.

Exercice 11 - Au plus un défaut

Une machine produit 10 % de pièces défectueuses. On prélève quatre pièces de façon indépendante. Calculer la probabilité d'obtenir au plus une pièce défectueuse.

Exercice 12 - Repérer une erreur de comptage

Pour quatre lancers d'une pièce équilibrée, un élève écrit : « pour deux faces, il y a quatre chemins, donc $P = 4 \times 0,0625 = 0,25$ ». Corriger.

Exercice 13 - Quatre questions au hasard

Un questionnaire comporte quatre questions à quatre choix, une seule réponse étant juste. Un candidat répond au hasard.

- a) Calculer la probabilité d'avoir au moins une réponse juste.
- b) Il faut au moins trois réponses justes pour être admis. Calculer la probabilité d'être admis en répondant au hasard.

Exercice 14 - Quatre colis

Un transporteur livre un colis en retard avec la probabilité 0,25, indépendamment. Un client attend quatre colis.

- a) Calculer la probabilité qu'aucun ne soit en retard.
- b) Calculer la probabilité qu'au moins un soit en retard.
- c) Calculer la probabilité qu'exactement deux soient en retard.

Exercice 15 - Synthèse : une règle d'acceptation

Un acheteur contrôle quatre pièces de chaque lot, prélevées de façon indépendante. Il accepte le lot si au plus une pièce est défectueuse.

- a) Calculer la probabilité d'accepter un lot qui contient 10 % de pièces défectueuses.
- b) Même question pour un lot à 20 % de défauts.
- c) Commenter l'efficacité de cette règle.