

## Plaquette 2 - Trois épreuves : l'arbre complet

### Répétition d'épreuves indépendantes — Première STMG

#### Exercices

#### Méthode

Représenter **trois** répétitions d'une épreuve de Bernoulli par un arbre à huit chemins, puis regrouper les chemins selon le **nombre de succès**. On obtient ainsi la loi du nombre de succès, et son espérance.

#### Exercice 1 - Trois lancers d'une pièce

On lance trois fois une pièce équilibrée.

- Construire l'arbre de probabilités.
- Combien y a-t-il d'issues ? Quelle est la probabilité de chacune ?

#### Exercice 2 - Exactement deux faces

On lance trois fois une pièce équilibrée. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux fois face, puis au moins deux fois face.

#### Exercice 3 - Trois clients

Chaque client d'un magasin achète avec la probabilité 0,2, indépendamment des autres. Trois clients entrent ; on note  $X$  le nombre d'acheteurs. Donner la loi de probabilité de  $X$ .

#### Exercice 4 - Contrôle de trois pièces

Une machine produit 10 % de pièces défectueuses. On prélève trois pièces dans une très grande production (prélèvements assimilés à des épreuves indépendantes). Calculer la probabilité d'obtenir 0, 1, 2 puis 3 pièces défectueuses.

#### Exercice 5 - L'ordre compte-t-il ?

Une épreuve de Bernoulli de succès  $p = 0,2$  est répétée trois fois, de façon indépendante.

- Calculer la probabilité de l'issue « succès, succès, échec », dans cet ordre.
- Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux succès.
- Expliquer la différence.

#### Exercice 6 - Répondre au hasard à un QCM

Un questionnaire comporte trois questions, chacune avec quatre réponses dont une seule est juste. Un candidat répond au hasard à chaque question.

- Calculer la probabilité d'avoir les trois réponses justes.
- Calculer la probabilité de n'avoir aucune réponse juste.
- En déduire la probabilité d'avoir au moins une réponse juste.

**Exercice 7 - Trois feux verts**

Sur son trajet, un livreur passe trois feux tricolores. Chacun est vert à son arrivée avec la probabilité 0,6, indépendamment des autres.

- Calculer la probabilité que les trois feux soient verts.
- Calculer la probabilité qu'il rencontre au moins un feu qui n'est pas vert.

**Exercice 8 - Lister les chemins**

On répète trois fois une épreuve de Bernoulli. On note  $S$  un succès et  $E$  un échec.

- Lister les huit issues.
- Combien d'issues comportent exactement un succès ? exactement deux ?
- Si  $p = 0,5$ , quelle est la probabilité d'exactly un succès ?

**Exercice 9 - Premier succès au troisième essai**

Un vendeur conclut une vente à chaque appel avec la probabilité 0,3, indépendamment. Calculer la probabilité que sa première vente arrive au troisième appel.

**Exercice 10 - Nombre moyen de succès**

Le nombre  $X$  d'acheteurs parmi trois clients (chacun achète avec la probabilité 0,2, indépendamment) a pour loi :  $P(X = 0) = 0,512$ ,  $P(X = 1) = 0,384$ ,  $P(X = 2) = 0,096$ ,  $P(X = 3) = 0,008$ .

- Calculer l'espérance de  $X$ .
- Comparer avec  $3 \times 0,2$  et interpréter.

**Exercice 11 - Au moins un six en trois lancers**

On lance trois fois un dé équilibré. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un 6, arrondie au millième.

**Exercice 12 - Au moins deux rendez-vous**

Un commercial obtient un rendez-vous avec la probabilité 0,4 à chaque appel, indépendamment. Il passe trois appels. Calculer la probabilité qu'il obtienne au moins deux rendez-vous.

**Exercice 13 - Repérer une erreur**

Une machine produit 10 % de pièces défectueuses. Pour trois pièces prélevées indépendamment, un élève écrit : «  $P(\text{exactement une défectueuse}) = 0,1 \times 0,9 \times 0,9 = 0,081$  ». Corriger.

**Exercice 14 - Gagner au moins deux manches**

Deux joueurs de même niveau disputent trois manches indépendantes ; chacun gagne une manche avec la probabilité 0,5. Le match est gagné par celui qui remporte au moins deux manches. Calculer la probabilité que le premier joueur gagne le match,

puis expliquer le résultat.

### Exercice 15 - Synthèse : le gain de trois ventes

Un vendeur rencontre trois clients. Chacun achète avec la probabilité 0,3, indépendamment, et chaque vente lui rapporte une commission de 20 €. On note  $G$  la commission totale.

- a) Construire l'arbre.
- b) Donner la loi de  $G$ .
- c) Calculer l'espérance de  $G$  et l'interpréter.