

Plaquette 1 - Indicateurs, diagramme en boîte et comparaisons

Statistique descriptive — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules et méthodes du cours.

- **Moyenne** : $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N}$ avec $N = n_1 + \dots + n_p$.
- Pour une série en classes, on remplace chaque classe par son **centre**.
- **Médiane** Me : partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif. Si N est impair, valeur de rang $\frac{N+1}{2}$; si N est pair, demi-somme des rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.
- **Quartiles** : Q_1 correspond au rang $\frac{N}{4}$ (arrondi au rang supérieur s'il n'est pas entier), Q_3 au rang $\frac{3N}{4}$. Au moins 25 % des valeurs sont $\leq Q_1$, au moins 75 % sont $\leq Q_3$.
- **Dispersion** : étendue = max – min ; écart interquartile = $Q_3 - Q_1$; **écart type** σ (obtenu à la calculatrice) mesure l'écart moyen à la moyenne.
- **Diagramme en boîte** : la boîte va de Q_1 à Q_3 , barre verticale sur la médiane, moustaches jusqu'au minimum et au maximum.
- Comparer deux séries : on compare d'abord la **position** (moyenne ou médiane), puis la **dispersion** (écart type ou écart interquartile). Une série régulière a une faible dispersion.

Correction de l'exercice 1 - Moyenne d'une série avec effectifs

On applique la formule du cours.

- Numérateur : $3 \times 2 + 4 \times 5 + 5 \times 7 + 6 \times 4 + 8 \times 2 = 6 + 20 + 35 + 24 + 16 = 101$.
- Effectif total : $2 + 5 + 7 + 4 + 2 = 20$ (cohérent avec l'énoncé).

$$\bar{x} = \frac{101}{20} = 5,05$$

- L'entreprise reçoit en moyenne 5,05 commandes par jour.

Réponse. $\bar{x} = 5,05$ commandes par jour.

Correction de l'exercice 2 - Médiane et quartiles

On calcule d'abord les **effectifs cumulés croissants** : 2 ; 7 ; 14 ; 18 ; 20.

- Médiane : $N = 20$ est pair, il faut les valeurs de rangs 10 et 11. Les rangs 8 à 14 correspondent à la valeur 5, donc les deux valeurs sont 5 et 5 : Me = 5.
- Q_1 : rang $\frac{20}{4} = 5$. Les rangs 3 à 7 correspondent à la valeur 4 : $Q_1 = 4$.
- Q_3 : rang $\frac{3 \times 20}{4} = 15$. Les rangs 15 à 18 correspondent à la valeur 6 : $Q_3 = 6$.
- Écart interquartile : $Q_3 - Q_1 = 2$ commandes.

Réponse. Me = 5 ; $Q_1 = 4$; $Q_3 = 6$.

Correction de l'exercice 3 - Série en classes

Méthode du cours : dans une série en classes, on remplace chaque classe par son **centre**.

- Centres : 1 650 ; 1 950 ; 2 250 ; 2 700.
- Somme pondérée : $18 \times 1\,650 + 20 \times 1\,950 + 8 \times 2\,250 + 4 \times 2\,700$.
- Soit $29\,700 + 39\,000 + 18\,000 + 10\,800 = 97\,500$.

$$\bar{x} = \frac{97\,500}{50} = 1\,950 \text{ €}$$

- C'est une **valeur approchée** : on ne connaît pas les salaires exacts à l'intérieur des classes.

Réponse. Salaire moyen $\approx 1\,950$ €.

Correction de l'exercice 4 - Fréquences et fréquences cumulées

a) $f = \frac{n}{N} \times 100$:

- $[1\,500 ; 1\,800[: \frac{18}{50} = 36\%$;
- $[1\,800 ; 2\,100[: \frac{20}{50} = 40\%$;
- $[2\,100 ; 2\,400[: \frac{8}{50} = 16\%$;
- $[2\,400 ; 3\,000[: \frac{4}{50} = 8\%$.
- Contrôle : $36 + 40 + 16 + 8 = 100\%$.

b) Moins de 2 100 € : les deux premières classes, soit $36 + 40 = 76\%$ des salariés.

c) La médiane est la valeur qui partage l'effectif en deux (50 %).

- Les fréquences cumulées valent 36 % puis 76 % : le seuil de 50 % est franchi dans la **deuxième classe**, $[1\,800 ; 2\,100[$.

Réponse. a) 36 % ; 40 % ; 16 % ; 8 % · b) 76 % · c) dans $[1\,800 ; 2\,100[$.

Correction de l'exercice 5 - Lire un diagramme en boîte

- a) Écart interquartile = $Q_3 - Q_1 = 15 - 9 = 6$ points. Étendue = $18 - 5 = 13$ points.
- b) $Q_1 = 9$ signifie qu'au moins 25 % des élèves ont au plus 9 : environ 75 % ont donc au moins 9.
- c) **Oui**, c'est exactement le sens de la boîte : elle contient environ 50 % de l'effectif, entre Q_1 et Q_3 .
- La boîte est resserrée au centre : la moitié centrale de la classe tient en 6 points, alors que les notes s'étalent sur 13 points au total.

Réponse. a) 6 et 13 · b) environ 75 % · c) oui, la boîte contient environ la moitié de l'effectif.

Correction de l'exercice 6 - Construire un résumé en cinq nombres

Il y a $N = 11$ valeurs.

- Minimum : 12 ; maximum : 42.
- Médiane : N impair, rang $\frac{11+1}{2} = 6$. La 6^e valeur est 24.
- Q_1 : rang $\frac{11}{4} = 2,75$, arrondi au rang supérieur, soit le rang 3 : $Q_1 = 18$.

- Q_3 : rang $\frac{3 \times 11}{4} = 8,25$, arrondi au rang 9 : $Q_3 = 31$.
- Résumé : 12 — 18 — 24 — 31 — 42, avec un écart interquartile de $31 - 18 = 13$ centaines d'euros.

Réponse. 12 ; $Q_1 = 18$; $Me = 24$; $Q_3 = 31$; 42.

Correction de l'exercice 7 - Moyenne et écart type

- a) Vendeur A : somme = $20 + 21 + 19 + 20 + 20 = 100$, donc $\overline{x}_A = \frac{100}{5} = 20$.
- Vendeur B : somme = $10 + 30 + 15 + 25 + 20 = 100$, donc $\overline{x}_B = 20$.
- b) Étendue de A : $21 - 19 = 2$.
- Étendue de B : $30 - 10 = 20$.
- c) Les deux moyennes sont **identiques** : l'indicateur de position ne permet pas de les distinguer.
- C'est la **dispersion** qui tranche : l'étendue de A est dix fois plus petite, donc le vendeur **A est bien plus régulier**.
- L'écart type confirme ce constat : à la calculatrice, $\sigma_A \approx 0,63$ et $\sigma_B \approx 7,07$.

Réponse. a) 20 et 20 · b) 2 et 20 · c) A, montré par la dispersion (étendue, écart type).

Correction de l'exercice 8 - Interpréter un écart type

- a) L'écart type mesure l'écart **moyen** des notes à la moyenne. Avec $\sigma_1 = 1,5$, la plupart des notes sont proches de 11, dans une fourchette d'environ 9,5 à 12,5 : la classe est **homogène**.
- b) Dans la première classe : un 16 y représente $\frac{16 - 11}{1,5} \approx 3,3$ écarts types au-dessus de la moyenne, ce qui est exceptionnel. Dans la seconde, cela ne représente que $\frac{5}{5,2} \approx 0,96$ écart type, un résultat bon mais courant.
- Conclusion : plus la dispersion est faible, plus un même écart à la moyenne est remarquable.

Réponse. a) les notes sont proches de 11 (classe homogène) · b) dans la première classe ($\sigma = 1,5$).

Correction de l'exercice 9 - Effet d'une valeur extrême

- a) Somme : $1\,700 + 1\,800 + 1\,800 + 1\,900 + 2\,000 + 9\,000 = 18\,200$.
- Moyenne : $\frac{18\,200}{6} \approx 3\,033,33$ €.
- $N = 6$ est pair : la médiane est la demi-somme des 3^e et 4^e valeurs, soit $\frac{1\,800 + 1\,900}{2} = 1\,850$ €.
- b) Cinq salariés sur six gagnent **moins** que la moyenne : celle-ci est tirée vers le haut par le salaire de 9 000 €.
- La **médiane** (1 850 €) décrit beaucoup mieux la situation habituelle. C'est pourquoi les statistiques officielles publient les deux.

Réponse. a) moyenne $\approx 3\,033,33$ €, médiane 1 850 € · b) la médiane.

Correction de l'exercice 10 - Retrouver une donnée manquante

On utilise la moyenne à l'envers : somme = moyenne $\times$ effectif.

- Somme totale : $8 \times 25 = 200$.
- Somme des sept valeurs connues : $20 + 22 + 24 + 25 + 26 + 28 + 30 = 175$.
- La huitième valeur vaut $200 - 175 = 25$.
- Vérification : $\frac{175 + 25}{8} = \frac{200}{8} = 25$. Correct.

Réponse. 25.

Correction de l'exercice 11 - Synthèse : comparer deux magasins

- a) Les positions sont très proches : médianes 28 et 29, moyennes 28,6 et 29,1.
- Le magasin B fait à peine mieux en moyenne : l'écart est négligeable.
- b) Dispersions très différentes :
- Écart interquartile : $A = 32 - 24 = 8$; $B = 40 - 20 = 20$.
 - Étendue : $A = 45 - 18 = 27$; $B = 60 - 5 = 55$.
 - Le magasin B connaît donc des journées très faibles (5) et très fortes (60), alors que A reste stable.
- c) Pour un gérant qui privilégie la **régularité**, le magasin **A** est préférable : même niveau moyen, mais des recettes beaucoup plus prévisibles, ce qui facilite la gestion des stocks et du personnel.

Réponse. a) positions quasi identiques · b) B est deux fois plus dispersé · c) le magasin A.