

Plaqueette 2 – Moyenne, médiane et quartiles

Statistique descriptive – Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

La moyenne.

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N}$$

avec $N = n_1 + \dots + n_p$ l'effectif total.

Moyenne avec coefficients. Même formule, les n_i devenant les coefficients.

La médiane. On **ordonne** d'abord la série.

Effectif N	Médiane
impair	la valeur de rang $\frac{N+1}{2}$
pair	la demi-somme des rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$

Les quartiles.

Quartile	Rang
Q_1	$\frac{N}{4}$, arrondi au rang supérieur s'il n'est pas entier
Q_3	$\frac{3N}{4}$, même règle

Au moins 25 % des valeurs sont $\leq Q_1$, au moins 75 % sont $\leq Q_3$.

Moyenne ou médiane ?

Situation	Indicateur conseillé
série régulière	la moyenne
présence de valeurs extrêmes	la médiane
on veut répartir un total	la moyenne

⚠ La moyenne des valeurs d'un tableau n'est **pas** la moyenne de la série : il faut pondérer par les effectifs.

Moyenne de deux groupes réunis.

$$\bar{x} = \frac{N_1\bar{x}_1 + N_2\bar{x}_2}{N_1 + N_2}$$

Correction de l'exercice 1 – Moyenne d'une liste

a) **Somme des notes** : on additionne dans l'ordre ✓

— **Détail** : $7 + 9 = 16$ ✓

— **Puis** : $16 + 12 + 12 = 40$ ✓

— **Puis** : $40 + 13 + 14 = 67$ ✓

- **Puis** : $67 + 15 + 16 = 98$ ✓
- **Puis** : $98 + 18 + 4$ ✓
- **Total** : 120 ✓
- **Effectif** : 10 notes ✓
- **Moyenne** : $\frac{120}{10}$ ✓
- **Valeur** :

$$\bar{x} = 12$$

b) **Série ordonnée** : 4 ; 7 ; 9 ; 12 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ✓

- **Notes strictement supérieures à 12** : 13, 14, 15, 16, 18 ✓
- **Nombre** :

5 notes

- **Notes strictement inférieures** : 4, 7, 9 ✓
- **Nombre** : 3 ✓
- **Notes égales à la moyenne** : deux fois 12 ✓
- **Remarque** : il n'y a pas toujours la moitié des valeurs au-dessus ✓
- **Raison** : la moyenne n'est pas la médiane ✓
- **Ici** : 5 au-dessus contre 3 en dessous ✓
- **Explication** : les notes basses 4 et 7 tirent la moyenne vers le bas ✓

Réponse. a) 12 · b) 5 notes.

Correction de l'exercice 2 - Moyenne avec un tableau d'effectifs

- **Effectif total** : $6 + 10 + 12 + 8 + 4$ ✓
- **Détail** : $6 + 10 = 16$ ✓
- **Puis** : $16 + 12 = 28$ ✓
- **Puis** : $28 + 8 + 4$ ✓
- **Total** :

$$N = 40 \text{ foyers}$$

- **Somme pondérée, valeur 0** : $0 \times 6 = 0$ ✓
- **Valeur 1** : $1 \times 10 = 10$ ✓
- **Valeur 2** : $2 \times 12 = 24$ ✓
- **Valeur 3** : $3 \times 8 = 24$ ✓
- **Valeur 4** : $4 \times 4 = 16$ ✓
- **Somme** : $0 + 10 + 24 + 24 + 16$ ✓
- **Total** : 74 enfants ✓
- **Moyenne** : $\frac{74}{40}$ ✓
- **Valeur** :

$$\bar{x} = 1,85 \text{ enfant}$$

- **Contrôle de vraisemblance** : entre 0 et 4 ✓
- **Piège évité** : la moyenne de 0, 1, 2, 3, 4 vaut 2 ✓
- **Différence** : elle ignore les effectifs ✓
- **Ici** : la valeur 2 est la plus fréquente ✓
- **Mode de la série** : 2 enfants ✓

Réponse. 1,85 enfant par foyer.

Correction de l'exercice 3 - Moyenne avec coefficients

- **Somme des coefficients** : $4 + 3 + 2 + 1$ ✓
- **Total** : 10 ✓
- **Produit en maths** : $12 \times 4 = 48$ ✓
- **Produit en gestion** : $15 \times 3 = 45$ ✓
- **Produit en anglais** : $8 \times 2 = 16$ ✓
- **Produit en sport** : $14 \times 1 = 14$ ✓
- **Somme** : $48 + 45 + 16 + 14$ ✓
- **Détail** : $48 + 45 = 93$ ✓
- **Puis** : $93 + 16 + 14$ ✓
- **Total** : 123 ✓
- **Moyenne** : $\frac{123}{10}$ ✓
- **Valeur** :

$$\bar{x} = 12,3$$

- **Contrôle** : la moyenne simple vaudrait 12,25 ✓
- **Détail** : $\frac{12 + 15 + 8 + 14}{4}$ ✓
- **Différence** : légère, mais réelle ✓
- **Explication** : le coefficient 4 en maths pèse le plus ✓
- **Effet d'un +1 en maths** : +0,4 sur la moyenne ✓
- **Effet d'un +1 en sport** : +0,1 ✓
- **Conseil** : progresser là où le coefficient est fort ✓

Réponse. 12,3.

Correction de l'exercice 4 - Médiane d'un effectif impair

- **La série est déjà ordonnée** ✓
- **Effectif** : $N = 7$ ✓
- **Parité** : impair ✓
- **Rang de la médiane** : $\frac{7+1}{2}$ ✓
- **Valeur du rang** : 4 ✓
- **Quatrième valeur** : 9 ✓
- **Médiane** :

$$Me = 9$$

- **Contrôle** : trois valeurs avant ✓
- **Lesquelles** : 3, 5, 8 ✓
- **Contrôle** : trois valeurs après ✓
- **Lesquelles** : 11, 14, 20 ✓
- **Équilibre confirmé** ✓
- **Moyenne pour comparaison** : $\frac{70}{7}$ ✓
- **Valeur** : 10 ✓
- **Comparaison** : $10 > 9$ ✓
- **Explication** : la valeur 20 tire la moyenne vers le haut ✓
- **La médiane, elle, ne bouge pas** ✓

- **Test** : remplacer 20 par 100 ✓
- **Nouvelle médiane** : toujours 9 ✓
- **Nouvelle moyenne** : $\frac{150}{7} \approx 21,4$ ✓

Réponse. Me = 9.

Correction de l'exercice 5 - Médiane d'un effectif pair

- **La série est ordonnée** ✓
- **Effectif** : $N = 8$ ✓
- **Parité** : pair ✓
- **Rangs à retenir** : $\frac{8}{2} = 4$ et 5 ✓
- **Quatrième valeur** : 9 ✓
- **Cinquième valeur** : 12 ✓
- **Demi-somme** : $\frac{9+12}{2}$ ✓
- **Numérateur** : 21 ✓
- **Médiane** :

$$\text{Me} = 10,5$$

- **Remarque** : la médiane n'appartient pas à la série ✓
- **Ce n'est pas un problème** ✓
- **Contrôle** : quatre valeurs $\leq 10,5$ ✓
- **Lesquelles** : 4, 6, 7, 9 ✓
- **Contrôle** : quatre valeurs $\geq 10,5$ ✓
- **Lesquelles** : 12, 13, 15, 18 ✓
- **Équilibre confirmé** ✓
- **Moyenne pour comparaison** : $\frac{84}{8}$ ✓
- **Valeur** : 10,5 ✓
- **Coïncidence** : ici moyenne et médiane sont égales ✓
- **Interprétation** : la série est assez symétrique ✓

Réponse. Me = 10,5.

Correction de l'exercice 6 - Médiane à partir d'effectifs

- **Effectif total** : $N = 40$ ✓
- **Effectifs cumulés croissants, valeur 0** : 6 ✓
- **Valeur 1** : 16 ✓
- **Valeur 2** : 28 ✓
- **Valeur 3** : 36 ✓
- **Valeur 4** : 40 ✓
- **Médiane, N pair** : rangs 20 et 21 ✓
- **Rang 20** : il est dans le cumul 28 ✓
- **Valeur associée** : 2 ✓
- **Rang 21** : même cumul ✓
- **Valeur associée** : 2 ✓
- **Médiane** :

$$\text{Me} = 2 \text{ enfants}$$

- **Rang de Q_1** : $\frac{40}{4} = 10$ ✓
- **Cumul atteignant 10** : 16, à la valeur 1 ✓
- **Premier quartile** :

$$Q_1 = 1$$

- **Rang de Q_3** : $\frac{3 \times 40}{4} = 30$ ✓
- **Cumul atteignant 30** : 36, à la valeur 3 ✓
- **Troisième quartile** :

$$Q_3 = 3$$

- **Écart interquartile** : $3 - 1 = 2$ ✓
- **Lecture** : la moitié des foyers ont entre 1 et 3 enfants ✓

Réponse. $Me = 2$, $Q_1 = 1$, $Q_3 = 3$.

Correction de l'exercice 7 - Quartiles d'une série brute

- **La série est ordonnée** ✓
- **Effectif** : $N = 12$ ✓
- **Rang de Q_1** : $\frac{12}{4}$ ✓
- **Valeur** : 3, entier ✓
- **Troisième valeur** : 5 ✓
- **Premier quartile** :

$$Q_1 = 5$$

- **Médiane, N pair** : rangs 6 et 7 ✓
- **Sixième valeur** : 8 ✓
- **Septième valeur** : 9 ✓
- **Demi-somme** : $\frac{8+9}{2}$ ✓
- **Médiane** :

$$Me = 8,5$$

- **Rang de Q_3** : $\frac{3 \times 12}{4}$ ✓
- **Valeur** : 9, entier ✓
- **Neuvième valeur** : 12 ✓
- **Troisième quartile** :

$$Q_3 = 12$$

- **Écart interquartile** : $12 - 5 = 7$ ✓
- **Étendue** : $20 - 2 = 18$ ✓
- **Lecture** : au moins un quart des valeurs sont ≤ 5 ✓
- **Contrôle** : 2, 3, 5 font trois valeurs sur douze ✓
- **Proportion** : 25 % ✓

Réponse. $Q_1 = 5$, $Me = 8,5$, $Q_3 = 12$.

Correction de l'exercice 8 - Moyenne et médiane très différentes

- a) **Somme des neuf premiers** : $1500 + 1600 = 3100$ ✓

- **Puis** : $3100 + 1700 + 1800 = 6600$ ✓
 - **Puis** : $6600 + 1900 + 2000 = 10\,500$ ✓
 - **Puis** : $10\,500 + 2100 + 2200 = 14\,800$ ✓
 - **Puis** : $14\,800 + 2400 = 17\,200$ ✓
 - **Avec le dernier** : $17\,200 + 9000$ ✓
 - **Total** : $26\,200$ € ✓
 - **Moyenne** : $\frac{26\,200}{10}$ ✓
 - **Valeur** :
- 2620 €

- **Médiane**, $N = 10$: rangs 5 et 6 ✓
 - **Valeurs** : 1900 et 2000 ✓
 - **Demi-somme** :
- Me = 1950 €

b) **Écart entre les deux** : 670 € ✓

- **Nombre de salariés sous la moyenne** : 9 sur 10 ✓
 - **Appréciation** : la moyenne est peu représentative ✓
 - **Cause** : le salaire de 9000 € ✓
 - **Indicateur conseillé** :
- la médiane
- **Raison** : elle ignore l'ampleur des valeurs extrêmes ✓
 - **Test** : remplacer 9000 par 20 000 ✓
 - **Nouvelle médiane** : toujours 1950 € ✓
 - **Nouvelle moyenne** : 3720 € ✓
 - **Conclusion** : la médiane est stable ✓

Réponse. a) moyenne 2620 €, médiane 1950 € · b) la médiane, car un salaire extrême fausse la moyenne.

Correction de l'exercice 9 - Retrouver une note manquante

- **Nombre total de devoirs** : 5 ✓
 - **Somme nécessaire** : 13×5 ✓
 - **Valeur** :
- 65
- **Somme actuelle** : $11 + 14 = 25$ ✓
 - **Puis** : $25 + 9 = 34$ ✓
 - **Puis** : $34 + 16$ ✓
 - **Total** : 50 ✓
 - **Note manquante** : $65 - 50$ ✓
 - **Résultat** :
- 15
- **Vérification de la somme** : $50 + 15 = 65$ ✓
 - **Vérification de la moyenne** : $\frac{65}{5} = 13$ ✓
 - **Concordance** ✓
 - **Moyenne actuelle sur quatre devoirs** : $\frac{50}{4} = 12,5$ ✓

- **Interprétation** : il faut faire mieux que 12,5 ✓
- **Cohérence** : $15 > 12,5$ ✓
- **Note pour avoir 14 de moyenne** : $70 - 50 = 20$ ✓
- **Appréciation** : tout juste possible ✓
- **Note pour avoir 15 de moyenne** : $75 - 50 = 25$ ✓
- **Conclusion** : impossible ✓

Réponse. 15.

Correction de l'exercice 10 - Réunir deux groupes

- **Piège** : la moyenne des moyennes vaudrait 12,5 ✓
- **Pourquoi c'est faux** : les groupes n'ont pas le même effectif ✓
- **Méthode** : revenir aux sommes de points ✓
- **Points du premier groupe** : 20×11 ✓
- **Valeur** : 220 ✓
- **Points du second groupe** : 30×14 ✓
- **Valeur** : 420 ✓
- **Total des points** : $220 + 420$ ✓
- **Valeur** : 640 ✓
- **Effectif total** : $20 + 30 = 50$ ✓
- **Moyenne** : $\frac{640}{50}$ ✓
- **Valeur** :

$$\bar{x} = 12,8$$
- **Comparaison avec 12,5** : plus élevée ✓
- **Explication** : le groupe le plus nombreux a la meilleure moyenne ✓
- **Position** : entre 11 et 14 ✓
- **Contrôle de vraisemblance** ✓
- **Plus proche de 14** : logique ✓
- **Formule générale** : $\frac{N_1\bar{x}_1 + N_2\bar{x}_2}{N_1 + N_2}$ ✓
- **Cas de deux groupes égaux** : on retrouve la moyenne simple ✓

Réponse. 12,8.

Correction de l'exercice 11 - Effet d'une valeur extrême

- a) **Somme** : $8 + 9 + 10 + 11 + 12$ ✓
- **Total** : 50 ✓
 - **Moyenne** : $\frac{50}{5} = 10$ ✓
 - **Effectif impair** : rang 3 ✓
 - **Médiane** :

$$Me = 10$$

- b) **Nouvelle somme** : $50 + 50$ ✓
- **Total** : 100 ✓
 - **Nouvel effectif** : 6 ✓
 - **Nouvelle moyenne** : $\frac{100}{6}$ ✓

— **Valeur :**

$$\approx 16,67$$

— **Nouvelle série ordonnée :** 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 50 ✓

— **Effectif pair :** rangs 3 et 4 ✓

— **Valeurs :** 10 et 11 ✓

— **Nouvelle médiane :**

$$Me = 10,5$$

c) **Variation de la moyenne :** +6,67 ✓

— **Variation de la médiane :** +0,5 ✓

— **Rapport :** la moyenne bouge 13 fois plus ✓

— **Conclusion :** la médiane est **robuste** ✓

— **Définition :** elle résiste aux valeurs extrêmes ✓

— **La moyenne est sensible** ✓

— **Raison :** elle utilise toutes les valeurs ✓

— **Application :** préférer la médiane pour les salaires et les prix ✓

Réponse. a) 10 et 10 · b) $\approx 16,67$ et 10,5 · c) la médiane est bien plus stable.

Correction de l'exercice 12 - Transformer une série

a) **Effet sur chaque valeur :** +2 ✓

— **Effet sur la somme :** +2N ✓

— **Effet sur la moyenne :** +2 ✓

— **Nouvelle moyenne :**

$$14$$

— **Effet sur l'ordre :** aucun ✓

— **Raison :** toutes les valeurs montent pareil ✓

— **Nouvelle médiane :**

$$13$$

— **Règle :** une translation décale tous les indicateurs de position ✓

— **Effet sur l'étendue :** aucun ✓

— **Effet sur l'écart type :** aucun ✓

b) **Effet sur chaque valeur :** multiplication par 1,1 ✓

— **Effet sur la somme :** multipliée par 1,1 ✓

— **Nouvelle moyenne :** $12 \times 1,1$ ✓

— **Valeur :**

$$13,2$$

— **Nouvelle médiane :** $11 \times 1,1$ ✓

— **Valeur :** 12,1 ✓

— **Effet sur l'étendue :** multipliée par 1,1 aussi ✓

— **Effet sur l'écart type :** multiplié par 1,1 ✓

— **Différence entre les deux cas :** la dispersion ✓

— **En a) :** elle ne change pas ✓

— **En b) :** elle augmente de 10 % ✓

Réponse. a) moyenne 14, médiane 13 · b) moyenne 13,2, médiane 12,1.

Correction de l'exercice 13 - Choisir le bon indicateur

a) **Présence de valeurs extrêmes** : oui ✓

— **Effet sur la moyenne** : elle est tirée vers le haut ✓

— **Effet sur la médiane** : très faible ✓

— **Indicateur conseillé** :

la médiane

— **Justification** : elle décrit le loyer « habituel » ✓

— **Usage courant** : les statistiques officielles publient des médianes ✓

b) **Répartition** : régulière ✓

— **Valeurs extrêmes** : aucune ✓

— **Écart moyenne/médiane** : faible ✓

— **Indicateur conseillé** :

la moyenne

— **Avantage** : elle utilise toute l'information ✓

— **Autre avantage** : elle se combine facilement entre groupes ✓

c) **Objectif** : répartir un total ✓

— **Propriété clé de la moyenne** : moyenne $\times$ effectif = total ✓

— **La médiane n'a pas cette propriété** ✓

— **Indicateur conseillé** :

la moyenne

— **Exemple** : 12 de moyenne sur 5 devoirs, c'est 60 points ✓

— **Avec la médiane** : impossible de remonter au total ✓

— **Règle de synthèse** : la moyenne pour les totaux, la médiane pour les typiques ✓

— **En pratique** : les donner toutes les deux ✓

Réponse. a) la médiane · b) la moyenne · c) la moyenne.

Correction de l'exercice 14 - Repérer une erreur

— **Erreur** : les effectifs ont été ignorés ✓

— **Ce qu'il a calculé** : la moyenne des **valeurs** ✓

— **Ce qu'il fallait** : la moyenne de la **série** ✓

— **Effectif total** : $2 + 8 + 6 + 4$ ✓

— **Valeur** : 20 élèves ✓

— **Produit pour 10** : $10 \times 2 = 20$ ✓

— **Produit pour 12** : $12 \times 8 = 96$ ✓

— **Produit pour 14** : $14 \times 6 = 84$ ✓

— **Produit pour 16** : $16 \times 4 = 64$ ✓

— **Somme** : $20 + 96 = 116$ ✓

— **Puis** : $116 + 84 + 64$ ✓

— **Total** : 264 ✓

— **Moyenne** : $\frac{264}{20}$ ✓

— **Valeur** :

$$\bar{x} = 13,2$$

- **Comparaison** : $13,2 > 13$ ✓
- **Explication** : la note 12 est la plus fréquente, mais 14 et 16 pèsent ✓
- **Cas où la méthode de l'élève marcherait** : effectifs tous égaux ✓
- **Contrôle de la médiane** : cumuls 2, 10, 16, 20 ✓
- **Rangs 10 et 11** : valeurs 12 et 14 ✓
- **Médiane** : 13 ✓

Réponse. Il faut pondérer : $\bar{x} = \frac{264}{20} = 13,2$.

Correction de l'exercice 15 - Deux classes comparées

a) **Points de la classe A** : $25 \times 11,6$ ✓

- **Calcul** : 290 ✓
- **Points de la classe B** : $15 \times 13,2$ ✓
- **Calcul** : 198 ✓
- **Total des points** : $290 + 198$ ✓
- **Valeur** : 488 ✓
- **Effectif total** : $25 + 15 = 40$ ✓
- **Moyenne** : $\frac{488}{40}$ ✓
- **Valeur** :

$$\bar{x} = 12,2$$

b) **Comparaison avec A** : $12,2 > 11,6$ ✓

- **Comparaison avec B** : $12,2 < 13,2$ ✓
- **Position** : entre les deux ✓
- **Classe qui tire vers le haut** : la B ✓
- **Moyenne des deux moyennes** : 12,4 ✓
- **Comparaison** : $12,2 < 12,4$ ✓
- **Explication** : la classe A est plus nombreuse ✓
- **Conséquence** : elle pèse davantage ✓
- **Vérification** : la moyenne est plus proche de 11,6 ✓
- **Contrôle du poids de A** : $\frac{25}{40} = 62,5\%$ ✓
- **Poids de B** : 37,5% ✓
- **Contrôle** : $0,625 \times 11,6 + 0,375 \times 13,2 = 12,2$ ✓
- **Concordance** ✓

Réponse. a) 12,2 · b) la classe B, mais elle pèse moins car elle est plus petite.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : résumé complet d'une série

a) **Somme, par paquets** : $12 + 15 + 9 + 18 = 54$ ✓

- **Puis** : $11 + 14 + 16 + 10 = 51$ ✓
- **Puis** : $13 + 17 + 12 + 8 = 50$ ✓
- **Puis** : $20 + 15 + 11 = 46$ ✓
- **Total** : $54 + 51 + 50 + 46$ ✓
- **Valeur** : 201 ✓
- **Effectif** : 15 ✓

— **Moyenne** : $\frac{201}{15}$ ✓

— **Valeur** :

$$\bar{x} = 13,4$$

b) **Série ordonnée** : 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 20 ✓

— **Effectif impair** : rang $\frac{15+1}{2} = 8$ ✓

— **Huitième valeur** :

$$Me = 13$$

— **Rang de Q_1** : $\frac{15}{4} = 3,75$ ✓

— **Arrondi supérieur** : rang 4 ✓

— **Quatrième valeur** :

$$Q_1 = 11$$

— **Rang de Q_3** : $\frac{45}{4} = 11,25$ ✓

— **Arrondi supérieur** : rang 12 ✓

— **Douzième valeur** :

$$Q_3 = 16$$

c) **Étendue** : $20 - 8$ ✓

— **Valeur** : 12 ✓

— **Écart interquartile** : $16 - 11$ ✓

— **Valeur** : 5 ✓

— **Lecture** : la moitié des élèves ont entre 11 et 16 ✓

— **Comparaison moyenne/médiane** : 13,4 contre 13 ✓

— **Écart faible** : la série est assez régulière ✓

Réponse. a) 13,4 · b) $Q_1 = 11$, $Me = 13$, $Q_3 = 16$ · c) étendue 12, écart interquartile 5.