

## Plaquette 3 – Séries en classes et fréquences

### Statistique descriptive — Première STMG

Corrections détaillées

#### Boîte à outils

**Le centre d'une classe.** Pour la classe  $[a; b]$  :

$$c = \frac{a + b}{2}$$

**Moyenne d'une série en classes.**

$$\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_pc_p}{N}$$

C'est une **valeur approchée** : on suppose les données réparties uniformément dans chaque classe.

**Fréquences.**

| Grandeur          | Formule               |
|-------------------|-----------------------|
| fréquence         | $f_i = \frac{n_i}{N}$ |
| en pourcentage    | $f_i \times 100$      |
| effectif retrouvé | $n_i = f_i \times N$  |

La somme des fréquences vaut toujours 1, soit 100 %.

**Effectifs cumulés croissants.** On additionne les effectifs de gauche à droite. Le dernier cumul vaut  $N$ .

**Classe médiane.** C'est la classe où le cumul dépasse  $\frac{N}{2}$ .

**Classe modale.** Celle dont l'effectif est le plus grand — à condition que les classes aient la **même amplitude**.

△ Si les amplitudes diffèrent, comparer les **densités**  $\frac{n_i}{\text{amplitude}}$ , sinon une classe large paraît toujours plus fournie.

**Diagramme circulaire.** L'angle d'un secteur vaut :

$$f_i \times 360^\circ$$

#### Correction de l'exercice 1 - Centres de classes

— **Formule** : la demi-somme des bornes ✓

— **Première classe** :  $\frac{1200 + 1600}{2}$  ✓

— **Somme** : 2800 ✓

— **Centre** :

1400

— **Deuxième classe** :  $\frac{1600 + 2000}{2}$  ✓

— **Centre** : 1800 ✓

- **Troisième classe** :  $\frac{2000 + 2400}{2}$  ✓
- **Centre** : 2200 ✓
- **Quatrième classe** :  $\frac{2400 + 3200}{2}$  ✓
- **Somme** : 5600 ✓
- **Centre** :  
2800
- **Amplitude des trois premières** : 400 ✓
- **Amplitude de la dernière** : 800 ✓
- **Remarque** : les amplitudes ne sont pas égales ✓
- **Conséquence** : prudence pour comparer les effectifs ✓
- **Contrôle** : le centre est à égale distance des bornes ✓
- **Exemple** :  $1400 - 1200 = 200$  et  $1600 - 1400 = 200$  ✓
- **Convention** : la borne droite est exclue ✓
- **Lecture** : un salaire de 1600 € est dans la deuxième classe ✓

**Réponse.** 1400 ; 1800 ; 2200 ; 2800.

### Correction de l'exercice 2 - Moyenne d'une série en classes

- **Effectif total** :  $8 + 20 + 15 + 7$  ✓
- **Détail** :  $8 + 20 = 28$  ✓
- **Puis** :  $28 + 15 + 7$  ✓
- **Total** :  
 $N = 50$  salariés
- **Centres** : 1400, 1800, 2200, 2800 ✓
- **Produit 1** :  $8 \times 1400 = 11\,200$  ✓
- **Produit 2** :  $20 \times 1800 = 36\,000$  ✓
- **Produit 3** :  $15 \times 2200 = 33\,000$  ✓
- **Produit 4** :  $7 \times 2800 = 19\,600$  ✓
- **Somme partielle** :  $11\,200 + 36\,000 = 47\,200$  ✓
- **Puis** :  $47\,200 + 33\,000 = 80\,200$  ✓
- **Puis** :  $80\,200 + 19\,600$  ✓
- **Total** : 99 800 € ✓
- **Moyenne** :  $\frac{99\,800}{50}$  ✓
- **Valeur** :  
 $\bar{x} = 1996$  €
- **Nature du résultat** : une valeur **approchée** ✓
- **Raison** : on ignore la répartition dans chaque classe ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : entre 1200 et 3200 ✓
- **Position** : proche de la classe la plus fournie ✓

**Réponse.** Environ 1996 €.

### Correction de l'exercice 3 - Calculer des fréquences

- **Formule** :  $f_i = \frac{n_i}{N}$  ✓
  - **Première classe** :  $\frac{8}{50}$  ✓
  - **Décimal** : 0,16 ✓
  - **Pourcentage** :  
16 %
  - **Deuxième classe** :  $\frac{20}{50}$  ✓
  - **Décimal** : 0,4 ✓
  - **Pourcentage** : 40 % ✓
  - **Troisième classe** :  $\frac{15}{50}$  ✓
  - **Décimal** : 0,3 ✓
  - **Pourcentage** : 30 % ✓
  - **Quatrième classe** :  $\frac{7}{50}$  ✓
  - **Décimal** : 0,14 ✓
  - **Pourcentage** :  
14 %
  - **Contrôle** :  $16 + 40 + 30 + 14$  ✓
  - **Total** : 100 % ✓
  - **Concordance** ✓
  - **Lecture** : 40 % des salariés gagnent entre 1600 et 2000 € ✓
  - **Proportion sous 2000 €** :  $16 + 40 = 56$  % ✓
  - **Proportion au-dessus** : 44 % ✓
- Réponse.** 16 % ; 40 % ; 30 % ; 14 %.

### Correction de l'exercice 4 - Effectifs cumulés croissants

- **Premier cumul** : 8 ✓
- **Deuxième cumul** :  $8 + 20$  ✓
- **Valeur** : 28 ✓
- **Troisième cumul** :  $28 + 15$  ✓
- **Valeur** : 43 ✓
- **Quatrième cumul** :  $43 + 7$  ✓
- **Valeur** :  
50
- **Contrôle** : le dernier cumul vaut  $N$  ✓
- **Tableau** :

| Classe | [1200 ; 1600[ | [1600 ; 2000[ | [2000 ; 2400[ | [2400 ; 3200[ |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Cumul  | 8             | 28            | 43            | 50            |

- **Demi-effectif** :  $\frac{50}{2} = 25$  ✓
- **Premier cumul dépassant 25** : 28 ✓
- **Classe correspondante** :

[1600; 2000[

- **Lecture** : la médiane est dans cette tranche ✓
- **Interprétation** : la moitié gagne moins de 2000 € ✓
- **Précision** : plus exactement moins de 56 % ✓
- **Classe du premier quartile** : cumul dépassant 12,5 ✓
- **Réponse** : [1600; 2000[ aussi ✓
- **Classe du troisième quartile** : cumul dépassant 37,5 ✓
- **Réponse** : [2000; 2400[ ✓

**Réponse.** Cumuls 8 ; 28 ; 43 ; 50 ; classe médiane [1600; 2000[.

### Correction de l'exercice 5 – Angles d'un diagramme circulaire

- **Principe** : le disque entier représente 100 % ✓
- **Angle total** :  $360^\circ$  ✓
- **Formule** : fréquence multipliée par 360 ✓
- **Première classe** :  $0,16 \times 360$  ✓
- **Calcul** : 57,6 ✓
- **Angle** :

57,6°

- **Deuxième classe** :  $0,4 \times 360$  ✓
- **Angle** :  $144^\circ$  ✓
- **Troisième classe** :  $0,3 \times 360$  ✓
- **Angle** :  $108^\circ$  ✓
- **Quatrième classe** :  $0,14 \times 360$  ✓
- **Calcul** : 50,4 ✓
- **Angle** :

50,4°

- **Contrôle de la somme** :  $57,6 + 144$  ✓
- **Puis** :  $201,6 + 108 = 309,6$  ✓
- **Puis** :  $309,6 + 50,4$  ✓
- **Total** :  $360^\circ$  ✓
- **Concordance** ✓
- **Contrôle du plus grand secteur** :  $144^\circ$ , pour 40 % ✓
- **Repère utile** : 25 % correspond à  $90^\circ$  ✓
- **Ici** : 40 % dépasse le quart de disque ✓

**Réponse.**  $57,6^\circ$  ;  $144^\circ$  ;  $108^\circ$  ;  $50,4^\circ$ .

### Correction de l'exercice 6 – Compléter un tableau

- a) **Somme des fréquences** : 100 % ✓
- **Somme connue** :  $45 + 15$  ✓
  - **Valeur** : 60 % ✓
  - **Fréquence manquante** :  $100 - 60$  ✓
  - **Valeur** :

40 %

- b) **Effectif des « oui »** :  $0,45 \times 200$  ✓

- **Calcul** : 90 ✓
- **Effectif des « non »** :  $0,40 \times 200$  ✓
- **Calcul** :  
80 personnes
- **Effectif « sans avis »** :  $0,15 \times 200$  ✓
- **Calcul** : 30 ✓
- **Contrôle de la somme** :  $90 + 80 + 30$  ✓
- **Total** : 200 ✓
- **Concordance** ✓
- **Contrôle croisé** :  $\frac{90}{200} = 0,45$  ✓
- **Et** :  $\frac{80}{200} = 0,4$  ✓
- **Et** :  $\frac{30}{200} = 0,15$  ✓
- **Lecture** : les « oui » sont majoritaires en relatif ✓
- **Mais pas en absolu** :  $90 < 110$  ✓
- **Détail** :  $80 + 30 = 110$  ne disent pas « oui » ✓

**Réponse.** a) 40 % · b) 90, 80 et 30 personnes.

### Correction de l'exercice 7 - Temps d'attente en classes

- a) **Effectif total** :  $12 + 30 + 15 + 3$  ✓
- **Détail** :  $12 + 30 = 42$  ✓
  - **Puis** :  $42 + 15 + 3$  ✓
  - **Total** :  $N = 60$  clients ✓
  - **Centres** : 2,5 ; 7,5 ; 12,5 ; 22,5 ✓
  - **Produit 1** :  $12 \times 2,5 = 30$  ✓
  - **Produit 2** :  $30 \times 7,5 = 225$  ✓
  - **Produit 3** :  $15 \times 12,5 = 187,5$  ✓
  - **Produit 4** :  $3 \times 22,5 = 67,5$  ✓
  - **Somme** :  $30 + 225 = 255$  ✓
  - **Puis** :  $255 + 187,5 + 67,5$  ✓
  - **Total** : 510 ✓
  - **Moyenne** :  $\frac{510}{60}$  ✓
  - **Valeur** :  
8,5 minutes
- b) **Première classe** :  $\frac{12}{60} = 20\%$  ✓
- **Deuxième classe** :  $\frac{30}{60}$  ✓
  - **Valeur** :  
50 %
  - **Troisième classe** :  $\frac{15}{60} = 25\%$  ✓
  - **Quatrième classe** :  $\frac{3}{60} = 5\%$  ✓
  - **Contrôle** :  $20 + 50 + 25 + 5 = 100\%$  ✓

— **Lecture** : 70 % des clients attendent moins de 10 minutes ✓

**Réponse.** a) 8,5 minutes · b) 20 % ; 50 % ; 25 % ; 5 %.

### Correction de l'exercice 8 – Classes d'amplitudes inégales

— **Amplitude de la première** : 15 – 10 ✓

— **Valeur** : 5 minutes ✓

— **Amplitude de la seconde** : 30 – 15 ✓

— **Valeur** : 15 minutes ✓

— **Rapport des amplitudes** : 3 ✓

— **Densité** : effectif divisé par amplitude ✓

— **Première classe** :  $\frac{15}{5}$  ✓

— **Valeur** :

3 clients par minute

— **Seconde classe** :  $\frac{3}{15}$  ✓

— **Valeur** :

0,2 client par minute

— **Rapport des densités** : 15 ✓

— **Conclusion** : la première classe est bien plus dense ✓

— **Densité de**  $[0 ; 5[$  :  $\frac{12}{5} = 2,4$  ✓

— **Densité de**  $[5 ; 10[$  :  $\frac{30}{5} = 6$  ✓

— **Classe la plus dense** :  $[5 ; 10[$  ✓

— **Classe modale** : la même ✓

— **Règle de l'histogramme** : la **hauteur** est la densité ✓

— **Et non l'effectif** ✓

— **Raison** : c'est l'**aire** qui représente l'effectif ✓

— **Erreur classique** : dessiner une barre de hauteur 3 sur 15 minutes ✓

— **Effet** : la dernière classe paraîtrait cinq fois trop importante ✓

**Réponse.** Densités 3 et 0,2 : la classe  $[10 ; 15[$  est quinze fois plus dense.

### Correction de l'exercice 9 – Fréquences cumulées

— **Fréquences** : 20 % ; 50 % ; 25 % ; 5 % ✓

— **Premier cumul** : 20 % ✓

— **Deuxième cumul** : 20 + 50 ✓

— **Valeur** : 70 % ✓

— **Troisième cumul** : 70 + 25 ✓

— **Valeur** :

95 %

— **Quatrième cumul** : 95 + 5 ✓

— **Valeur** : 100 % ✓

— **Contrôle** : le dernier cumul vaut 100 % ✓

— **Question posée** : moins de 15 minutes ✓

— **Classes concernées** : les trois premières ✓

— **Réponse :**

95 %

- **Vérification par les effectifs** :  $12 + 30 + 15 = 57$  ✓
- **Proportion** :  $\frac{57}{60} = 0,95$  ✓
- **Concordance** ✓
- **Proportion attendant 15 minutes ou plus** : 5 % ✓
- **Effectif** : 3 clients ✓
- **Proportion attendant moins de 5 minutes** : 20 % ✓
- **Proportion entre 5 et 15 minutes** : 75 % ✓
- **Détail** :  $95 - 20$  ✓

**Réponse.** Cumuls 20 % ; 70 % ; 95 % ; 100 % : 95 % attendent moins de 15 minutes.

### Correction de l'exercice 10 - Retrouver un effectif

- **Relation** :  $0,18 \times N = 63$  ✓

- **Isolement** :  $N = \frac{63}{0,18}$  ✓

- **Calcul** :  $63 \div 0,18$  ✓

- **Résultat** :

$$N = 350 \text{ personnes}$$

- **Vérification** :  $0,18 \times 350$  ✓
- **Calcul** : 63 ✓
- **Concordance** ✓
- **Autre méthode** : le produit en croix ✓
- **Tableau** : 63 pour 18,  $N$  pour 100 ✓
- **Calcul** :  $\frac{63 \times 100}{18}$  ✓
- **Numérateur** : 6300 ✓
- **Résultat** : 350 ✓
- **Effectif des autres réponses** :  $350 - 63$  ✓
- **Valeur** : 287 personnes ✓
- **Leur fréquence** : 82 % ✓
- **Contrôle** :  $0,82 \times 350 = 287$  ✓
- **Si 30 % sont « satisfaits »** : 105 personnes ✓
- **Cumul des deux** : 48 %, soit 168 personnes ✓
- **Contrôle** :  $63 + 105 = 168$  ✓

**Réponse.** 350 personnes.

### Correction de l'exercice 11 - Comparer deux répartitions

- a) **Acheteurs de A** : 60 ✓

- **Acheteurs de B** : 130 ✓
- **Comparaison brute** : B en a plus ✓
- **Limite de cette lecture** : les effectifs totaux diffèrent ✓

- b) **Fréquence pour A** :  $\frac{60}{200}$  ✓

- **Décimal** : 0,3 ✓

— **Pourcentage :**

30 %

— **Fréquence pour B :**  $\frac{130}{500}$  ✓

— **Décimal :** 0,26 ✓

— **Pourcentage :**

26 %

c) **Comparaison :** 30 % > 26 % ✓

— **Meilleur taux :** le magasin A ✓

— **Interprétation :** A transforme mieux ses visites en achats ✓

— **Écart :** 4 points de pourcentage ✓

— **Attention au vocabulaire :** points, et non pour cent ✓

— **Écart relatif :**  $\frac{4}{26} \approx 15,4\%$  ✓

— **Acheteurs de B au taux de A :**  $0,3 \times 500 = 150$  ✓

— **Manque à gagner :** 20 clients ✓

— **Leçon :** comparer des effectifs bruts induit en erreur ✓

— **Bonne pratique :** toujours ramener à un même total ✓

**Réponse.** a) B en a plus · b) 30 % contre 26 % · c) le magasin A.

## Correction de l'exercice 12 - Compléter une colonne manquante

— **Somme des effectifs connus :**  $3 + 7 + 6 + 2$  ✓

— **Détail :**  $3 + 7 = 10$  ✓

— **Puis :**  $10 + 6 + 2$  ✓

— **Total :** 18 ✓

— **Effectif manquant :**  $30 - 18$  ✓

— **Valeur :**

12 élèves

— **Contrôle de la moyenne, produit 1 :**  $8 \times 3 = 24$  ✓

— **Produit 2 :**  $10 \times 7 = 70$  ✓

— **Produit 3 :**  $12 \times 12 = 144$  ✓

— **Produit 4 :**  $14 \times 6 = 84$  ✓

— **Produit 5 :**  $16 \times 2 = 32$  ✓

— **Somme :**  $24 + 70 = 94$  ✓

— **Puis :**  $94 + 144 = 238$  ✓

— **Puis :**  $238 + 84 + 32$  ✓

— **Total :** 354 ✓

— **Moyenne :**  $\frac{354}{30}$  ✓

— **Valeur :**

11,8

— **Comparaison à l'énoncé :**  $11,8 \neq 11,6$  ✓

— **Conclusion :** les données sont **incohérentes** ✓

— **Somme qui donnerait 11,6 :** 348 ✓

— **Écart constaté :** 6 points de trop ✓

**Réponse.** L'effectif manquant est 12, mais la moyenne vaut alors 11,8 : l'énoncé est

incohérent.

### Correction de l'exercice 13 - Classe modale

a) **Amplitudes** : toutes égales à 50 ✓

— **Conséquence** : on peut comparer les effectifs directement ✓

— **Effectif le plus grand** : 45 ✓

— **Classe modale** :

$$[50; 100[$$

— **Effectif total** :  $24 + 45 + 36 + 15$  ✓

— **Détail** :  $24 + 45 = 69$  ✓

— **Puis** :  $69 + 36 + 15$  ✓

— **Total** :  $N = 120$  clients ✓

— **Fréquence de la classe modale** :  $\frac{45}{120} = 37,5\%$  ✓

b) **Centres** : 25 ; 75 ; 125 ; 175 ✓

— **Produit 1** :  $24 \times 25 = 600$  ✓

— **Produit 2** :  $45 \times 75 = 3375$  ✓

— **Produit 3** :  $36 \times 125 = 4500$  ✓

— **Produit 4** :  $15 \times 175 = 2625$  ✓

— **Somme** :  $600 + 3375 = 3975$  ✓

— **Puis** :  $3975 + 4500 = 8475$  ✓

— **Puis** :  $8475 + 2625$  ✓

— **Total** : 11 100 ✓

— **Moyenne** :  $\frac{11\,100}{120}$  ✓

— **Valeur** :

$$92,50 \text{ €}$$

— **Contrôle** : la moyenne tombe dans la classe modale ✓

**Réponse.** a)  $[50; 100[$  · b) 92,50 €.

### Correction de l'exercice 14 - Repérer une erreur

— **Ce qu'il a calculé** : la moyenne des **centres** ✓

— **Ce qu'il fallait** : la moyenne **pondérée** par les effectifs ✓

— **Formule correcte** :  $\frac{n_1c_1 + \dots + n_pc_p}{N}$  ✓

— **Cas où sa méthode marcherait** : effectifs tous égaux ✓

— **Ici** : 8, 20, 15, 7 ✓

— **Ils ne sont pas égaux** ✓

— **Classe la plus fournie** :  $[1600; 2000[$ , de centre 1800 ✓

— **Effet** : elle tire la moyenne vers le bas ✓

— **Moyenne correcte** :

$$1996 \text{ €}$$

— **Écart avec son résultat** : 54 € ✓

— **Sens de l'écart** : il surestime ✓

— **Explication** : il donne autant de poids à la classe de 7 salariés ✓

- **Poids réel de cette classe** : 14 % ✓
- **Poids qu'il lui donne** : 25 % ✓
- **Contrôle par les fréquences** :  $0,16 \times 1400$  ✓
- **Valeur** : 224 ✓
- **Puis** :  $0,4 \times 1800 = 720$  ✓
- **Puis** :  $0,3 \times 2200 = 660$  ✓
- **Puis** :  $0,14 \times 2800 = 392$  ✓
- **Somme** :  $224 + 720 + 660 + 392 = 1996$  ✓
- **Concordance** ✓

**Réponse.** Il faut pondérer :  $\bar{x} = 1996$  €, sa méthode surestime de 54 €.

### Correction de l'exercice 15 - Du pourcentage à l'effectif

a) **Somme connue** :  $12 + 28 + 35$  ✓

- **Détail** :  $12 + 28 = 40$  ✓
- **Puis** :  $40 + 35$  ✓
- **Valeur** : 75 % ✓
- **Dernière fréquence** :  $100 - 75$  ✓
- **Valeur** :

25 %

b) **Premier effectif** :  $0,12 \times 800$  ✓

- **Valeur** : 96 ✓
- **Deuxième** :  $0,28 \times 800$  ✓
- **Valeur** : 224 ✓
- **Troisième** :  $0,35 \times 800$  ✓
- **Valeur** : 280 ✓
- **Quatrième** :  $0,25 \times 800$  ✓
- **Valeur** : 200 ✓
- **Contrôle** :  $96 + 224 + 280 + 200$  ✓
- **Total** : 800 ✓

c) **Centres** : 10 ; 30 ; 50 ; 70 ✓

- **Calcul direct par les fréquences** :  $0,12 \times 10 = 1,2$  ✓
- **Puis** :  $0,28 \times 30 = 8,4$  ✓
- **Puis** :  $0,35 \times 50 = 17,5$  ✓
- **Puis** :  $0,25 \times 70 = 17,5$  ✓
- **Somme** :

$\bar{x} = 44,6$

- **Contrôle par les effectifs** :  $\frac{35\,680}{800}$  ✓
- **Valeur** : 44,6 ✓
- **Concordance** ✓

**Réponse.** a) 25 % · b) 96 ; 224 ; 280 ; 200 · c) 44,6.

### Correction de l'exercice 16 - Synthèse : étude complète

a) **Centres** : 300 ; 500 ; 700 ; 900 ✓

- **Produit 1** :  $10 \times 300 = 3000$  ✓
- **Produit 2** :  $28 \times 500 = 14\,000$  ✓
- **Produit 3** :  $30 \times 700 = 21\,000$  ✓
- **Produit 4** :  $12 \times 900 = 10\,800$  ✓
- **Somme** :  $3000 + 14\,000 = 17\,000$  ✓
- **Puis** :  $17\,000 + 21\,000 = 38\,000$  ✓
- **Puis** :  $38\,000 + 10\,800$  ✓
- **Total** :  $48\,800$  ✓
- **Moyenne** :  $\frac{48\,800}{80}$  ✓
- **Valeur** :

610 €

b) **Fréquences** :  $\frac{10}{80} = 12,5\%$  ✓

- **Deuxième** :  $\frac{28}{80} = 35\%$  ✓
- **Troisième** :  $\frac{30}{80} = 37,5\%$  ✓
- **Quatrième** :  $\frac{12}{80} = 15\%$  ✓
- **Contrôle** : total  $100\%$  ✓
- **Cumuls** :  $12,5$  ;  $47,5$  ;  $85$  ;  $100$  ✓

c) **Demi-effectif** : 40 jours ✓

- **Cumuls d'effectifs** :  $10$  ;  $38$  ;  $68$  ;  $80$  ✓
- **Premier dépassant 40** :  $68$  ✓
- **Classe médiane** :

[600 ; 800[

- **Lecture** : plus de la moitié des jours dépassent 600 € ✓
- **Précision** :  $52,5\%$  ✓
- **Détail** :  $100 - 47,5$  ✓
- **Classe modale** : [600 ; 800[ aussi ✓
- **Cohérence** : moyenne 610 € dans cette classe ✓

**Réponse.** a) 610 € · b)  $12,5\%$  ;  $35\%$  ;  $37,5\%$  ;  $15\%$ , cumuls  $12,5$  ;  $47,5$  ;  $85$  ;  $100$  · c) [600 ; 800[.