

Plaquette 4 - Interpoler, extrapoler, critiquer un modèle

Séries statistiques à deux variables — Première STMG

Exercices

Méthode

Utiliser une droite d'ajustement pour **estimer** une valeur inconnue, en distinguant l'**interpolation** (à l'intérieur des données, fiable) de l'**extrapolation** (au-delà, risquée), et exercer son **esprit critique** : domaine de validité, valeur aberrante, changement de tendance, corrélation et causalité.

Exercice 1 - Interpolation ou extrapolation ?

Le loyer moyen y (en euros) d'un studio dans une ville a été relevé de 2020 (rang 1) à 2024 (rang 5). Pour chaque estimation, dire s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation, et si elle paraît fiable.

- a) Le loyer à la mi-2022 (rang 3,5).
- b) Le loyer en 2026 (rang 7).
- c) Le loyer en 2019 (rang 0).
- d) Le loyer en 2040.

Exercice 2 - Estimer un loyer

Le tableur donne pour le loyer moyen y (en euros) selon le rang x de l'année (rang 1 : 2020) la droite des moindres carrés $y = 14,4x + 595,8$, obtenue avec les rangs 1 à 5.

- a) Estimer le loyer à la mi-2022 (rang 3,5).
- b) Estimer le loyer en 2026.
- c) Interpréter le coefficient 14,4.

Exercice 3 - Quand le loyer dépassera-t-il 700 euros ?

Avec le modèle $y = 14,4x + 595,8$ (loyer moyen en euros, rang 1 : 2020), en quelle année le loyer moyen devrait-il dépasser 700 € ?

Exercice 4 - Une extrapolation absurde

Un pédiatre a relevé la taille moyenne y (en cm) d'enfants selon leur âge x (en années) : (2 ; 87), (4 ; 99), (6 ; 111), (8 ; 123), (10 ; 135).

- a) Vérifier que ces points sont sur la droite $y = 6x + 75$.
- b) Estimer la taille à 12 ans, puis à 30 ans. Commenter.

Exercice 5 - Un taux qui ne peut pas dépasser 100 %

Le pourcentage y de foyers d'un pays équipés d'un service a été relevé sur six années (rangs 1 à 6) : 64, 69, 71, 77, 79, 84.

- a) Déterminer la droite de Mayer.
- b) Estimer le pourcentage au rang 10 puis au rang 11. Commenter.

Exercice 6 - Estimer x à partir de y

Pour la boutique, la droite d'ajustement des ventes y en fonction des dépenses publicitaires x (en milliers d'euros) est $y = 3,75x + 15,5$. Quelle dépense publicitaire faudrait-il prévoir pour espérer 40 000 € de ventes ?

Exercice 7 - Comparer une prévision à la réalité

Avec la droite $y = 7x + 113$ (chiffre d'affaires en milliers d'euros, rang 1 : 2019), une entreprise avait prévu son chiffre d'affaires de 2025. Le chiffre réel est de 158 000 €.

- Quelle était la prévision ?
- Calculer l'écart absolu puis l'écart relatif entre la réalité et la prévision.

Exercice 8 - Une valeur aberrante

Un magasin relève ses ventes hebdomadaires (en milliers d'euros) sur six semaines : 30, 32, 35, 80, 39, 41. On découvre que la valeur 80 est une erreur de saisie : il fallait lire 37.

- Calculer l'ordonnée du point moyen avec la valeur erronée, puis avec la valeur corrigée.
- Quelle conséquence l'erreur aurait-elle eue sur un ajustement ?

Exercice 9 - Une croissance qui accélère

Les ventes annuelles de vélos électriques d'un magasin (en centaines) sur six ans sont : 2, 3, 5, 8, 13, 21. La calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = 3,66x - 4,13$, où x est le rang de l'année (1 à 6).

- Calculer la valeur estimée pour $x = 1$. Que remarque-t-on ?
- Estimer les ventes de la septième année. Est-ce vraisemblable ?

Exercice 10 - Corrélation n'est pas causalité

Sur une station balnéaire, on observe que les jours où l'on vend le plus de glaces sont aussi ceux où les pharmacies vendent le plus de crème contre les coups de soleil. Le nuage de points (glaces, crèmes) est presque aligné sur une droite croissante.

- Peut-on en conclure que manger des glaces donne des coups de soleil ?
- Proposer une explication.

Exercice 11 - Changer de période d'ajustement

Les ventes d'une entreprise (en milliers d'euros) sur huit ans (rangs 1 à 8) sont : 50, 51, 50, 52, 58, 64, 70, 76.

- Décrire l'évolution.
- Déterminer la droite passant par les quatre derniers points, et vérifier qu'ils sont alignés.
- Estimer les ventes au rang 9 avec cette droite. Pourquoi est-elle préférable à un ajustement sur les huit années ?

Exercice 12 - Repérer une erreur

Avec la droite $y = 7x + 113$ (chiffre d'affaires en milliers d'euros, x : rang de l'année, rang 1 en 2019), un élève estime le chiffre d'affaires de 2025 et trouve 14 288 milliers d'euros. Expliquer l'erreur et corriger.

Exercice 13 - Lire un résultat de tableur

Une cellule de tableur contient la formule de la droite des moindres carrés des loyers et affiche : « pente 14,4 ; ordonnée à l'origine 595,8 », la variable étant le rang de l'année (rang 1 : 2020).

- Écrire l'équation de la droite.
- Interpréter l'ordonnée à l'origine. Est-ce une valeur observée ?

Exercice 14 - Deux prévisions, deux fiabilités

Une salle de sport a compté ses adhérents de 2019 (rang 1) à 2024 (rang 6). La calculatrice donne $y = 23,66x + 397,2$. Le directeur demande deux estimations : le nombre d'adhérents à la mi-2023 (rang 4,5) et en 2026 (rang 8). Les calculer et dire laquelle est la plus fiable.

Exercice 15 - Synthèse : la capacité d'une salle de sport

Une salle de sport a compté ses adhérents de 2019 (rang 1) à 2024 (rang 6) : 420, 446, 468, 492, 514, 540. Sa capacité d'accueil est de 600 adhérents.

- Calculer le point moyen.
- La calculatrice donne $y = 23,66x + 397,2$. Vérifier que la droite passe pratiquement par le point moyen.
- En quelle année la capacité devrait-elle être dépassée ?
- Quelle limite du modèle ce problème met-il en évidence ?