

Plaquette 3 - Méthode des moindres carrés et calculatrice

Séries statistiques à deux variables — Première STMG

Exercices

Méthode

Mesurer la qualité d'un ajustement par les **écarts** entre les données et la droite, puis utiliser la droite des **moindres carrés** donnée par la calculatrice ou le tableur. Aucune formule théorique n'est attendue : on sait ce que la méthode minimise, et on sait s'en servir.

Exercice 1 - Calculer des écarts

Pour le coût annuel d'entretien y (en euros) de machines d'âge x (en années), on utilise la droite $y = 62x + 138$.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	200	260	330	380	450

- Calculer les valeurs estimées par la droite, puis les écarts e_i .
- Calculer la somme S des carrés des écarts.

Exercice 2 - Quelle droite est la meilleure ?

Pour les mêmes données (âge 1 à 5 ans, coûts 200, 260, 330, 380, 450 €), on compare deux droites tracées au jugé : $D_1: y = 60x + 150$ et $D_2: y = 65x + 130$.

- Calculer la somme des carrés des écarts pour chacune.
- Sachant que la droite $y = 62x + 138$ donne $S = 80$, conclure.

Exercice 3 - Utiliser la droite de la calculatrice

Pour les dépenses publicitaires x et les ventes y de la boutique (en milliers d'euros), la calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = 3,64x + 15,93$ (coefficients arrondis au centième).

- Estimer les ventes pour 4 500 € de publicité.
- Comparer avec l'estimation donnée par la droite de Mayer $y = 3,75x + 15,5$.

Exercice 4 - La droite des moindres carrés passe par G

Vérifier, dans chaque cas, que la droite des moindres carrés passe par le point moyen.

- Entretien des machines : $y = 62x + 138$ et $G(3; 324)$.
- Quantités vendues : $q = -20p + 700$ et $G(15; 400)$.

Exercice 5 - Prévoir un chiffre d'affaires

Pour le chiffre d'affaires y (en milliers d'euros) selon le rang x de l'année (rang 1 pour 2019, données jusqu'en 2024), la calculatrice donne $y = 7,11x + 112,6$.

- a) Estimer le chiffre d'affaires de 2025.
- b) La droite de Mayer donnait $y = 7x + 113$. Comparer les deux prévisions.

Exercice 6 - Âge et fréquence cardiaque maximale

Un club de sport a mesuré la fréquence cardiaque maximale y (battements par minute) de cinq adhérents selon leur âge x :

x_i	20	30	40	50	60
y_i	199	191	180	171	160

La calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = -0,98x + 219,4$.

- a) Calculer le point moyen et vérifier qu'il appartient à la droite.
- b) Estimer la fréquence maximale d'un adhérent de 45 ans, et la comparer à la règle « 220 - âge ».

Exercice 7 - Visiteurs et commandes

Un site marchand a relevé le nombre de visiteurs x (en milliers) et le nombre de commandes y sur cinq jours : (10 ; 52), (15 ; 70), (20 ; 95), (25 ; 118), (30 ; 140). La calculatrice donne $y = 4,48x + 5,4$.

- a) Interpréter le coefficient 4,48.
- b) Estimer le nombre de commandes pour 22 000 visiteurs.

Exercice 8 - Deux méthodes, deux estimations

Pour les chiffres d'affaires y (milliers d'euros) de magasins de surface x (centaines de m^2), la droite de Mayer est $y = 35x + 85$ et la calculatrice donne $y = 35,09x + 84,4$. Comparer les estimations pour un magasin de 900 m^2 , puis pour un magasin de 3 000 m^2 .

Exercice 9 - Chauffage : moindres carrés

Pour la consommation de chauffage C (kWh par jour) selon la température T ($^{\circ}C$), la calculatrice donne $C = -3,94T + 93,71$.

- a) Estimer la consommation par 3 $^{\circ}C$.
- b) La droite de Mayer donnait $C = -4T + 94$. Les deux estimations sont-elles cohérentes ?
- c) Vérifier que la droite de la calculatrice passe près du point moyen $G(5 ; 74)$.

Exercice 10 - Comparer deux droites sur quatre points

On considère les quatre points (1 ; 3), (2 ; 5), (3 ; 6) et (4 ; 8), et les droites $D_1: y = 2x + 1$ et $D_2: y = 1,6x + 1,5$.

- a) Calculer la somme des carrés des écarts pour chaque droite.
- b) Laquelle est la droite des moindres carrés ? Vérifier qu'elle passe par le point moyen.

Exercice 11 - Interpréter un écart

Pour la boutique, la droite des moindres carrés est $y = 3,64x + 15,93$ (x : dépenses publicitaires, y : ventes, en milliers d'euros). En avril, la boutique a dépensé 5 milliers d'euros et vendu pour 35 milliers d'euros ; en mars, 3 milliers d'euros pour 26 milliers d'euros.

Calculer l'écart à la droite pour ces deux mois et l'interpréter.

Exercice 12 - Atteindre un objectif de commandes

Pour un site marchand, la droite des moindres carrés reliant le nombre de visiteurs x (en milliers) au nombre de commandes y est $y = 4,48x + 5,4$. Combien de visiteurs faut-il attirer pour espérer au moins 150 commandes par jour ?

Exercice 13 - Repérer une erreur de saisie

Pour estimer la consommation de chauffage C par 3°C , un élève saisit les consommations dans la première liste de la calculatrice et les températures dans la seconde. Il obtient $y = -0,25x + 23,74$, remplace x par 3 et annonce « $C \approx 22,99$ kWh ». Expliquer l'erreur.

Exercice 14 - Arrondir les coefficients

Pour les dépenses publicitaires et les ventes de la boutique, la calculatrice affiche $a \approx 3,642857$ et $b \approx 15,928571$. Un élève arrondit à l'unité et utilise $y = 4x + 16$.

- Comparer les estimations de $y = 4x + 16$ et de $y = 3,64x + 15,93$ pour $x = 6$.
- Quel arrondi faut-il préférer ?

Exercice 15 - Synthèse : remplacer une machine

Le coût annuel d'entretien y (euros) d'une machine selon son âge x (années) est ajusté par la droite des moindres carrés $y = 62x + 138$, obtenue à partir de machines de 1 à 5 ans.

- Interpréter le coefficient 62.
- Estimer le coût d'entretien d'une machine de 7 ans.
- L'entreprise remplace une machine dès que son entretien annuel dépasse 500 €. À partir de quel âge ?
- Quelle réserve formuler ?