

Plaquette 1 – Arithmétiques, géométriques et modèles d'évolution

Suites numériques — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules du cours.

- Suite **arithmétique** de raison r : chaque terme s'obtient en **ajoutant** r .

$$u_{n+1} = u_n + r \quad u_n = u_0 + nr$$

- Suite **géométrique** de raison q : chaque terme s'obtient en **multipliant** par q .

$$u_{n+1} = q \times u_n \quad u_n = u_0 \times q^n$$

- Reconnaître : différence constante $\Rightarrow$ arithmétique ; quotient constant $\Rightarrow$ géométrique.
- **Modélisation** : une évolution de $+t\%$ par période correspond à une suite géométrique de raison $q = 1 + \frac{t}{100}$; une évolution de $+c$ unités par période correspond à une suite arithmétique de raison $r = c$.
- Sens de variation : arithmétique croissante si $r > 0$; géométrique à termes positifs croissante si $q > 1$, décroissante si $0 < q < 1$.
- Recherche d'un **seuil** : on calcule les termes de proche en proche (tableur ou calculatrice) jusqu'à dépasser la valeur visée.

Correction de l'exercice 1 - Calculer des termes par récurrence

On applique la relation de récurrence, qui donne chaque terme à partir du précédent.

- $u_1 = u_0 + 7 = 12 + 7 = 19$.
- $u_2 = u_1 + 7 = 19 + 7 = 26$.
- $u_3 = u_2 + 7 = 26 + 7 = 33$.
- La différence entre deux termes consécutifs est constante (+7) : la suite est **arithmétique** de raison 7.

Réponse. $u_1 = 19$, $u_2 = 26$, $u_3 = 33$.

Correction de l'exercice 2 - Reconnaître la nature d'une suite

a) Les différences valent $17 - 12 = 5$, $22 - 17 = 5$, $27 - 22 = 5$: elles sont constantes. Suite **arithmétique** de raison $r = 5$.

b) Les quotients valent $\frac{6}{3} = 2$, $\frac{12}{6} = 2$, $\frac{24}{12} = 2$: ils sont constants. Suite **géométrique** de raison $q = 2$.

c) Différences : 3, 5, 7 (non constantes) ; quotients : 4, 2,25, $\approx 1,78$ (non constants). La suite n'est **ni** arithmétique **ni** géométrique (ce sont les carrés des entiers).

Réponse. a) arithmétique, $r = 5$ · b) géométrique, $q = 2$ · c) ni l'une ni l'autre.

Correction de l'exercice 3 - Formule explicite d'une suite arithmétique

a) Formule du cours : $u_n = u_0 + nr = 250 - 15n$.

b) $u_{12} = 250 - 15 \times 12 = 250 - 180 = 70$.

c) On résout $250 - 15n < 0$:

- $-15n < -250$, donc $n > \frac{250}{15} \approx 16,67$.
- Le rang étant entier, la suite devient négative à partir de $n = 17$.
- Contrôle : $u_{16} = 250 - 240 = 10 > 0$ et $u_{17} = 250 - 255 = -5 < 0$. Cohérent.

Réponse. a) $u_n = 250 - 15n$ · b) $u_{12} = 70$ · c) à partir de $n = 17$.

Correction de l'exercice 4 - Formule explicite d'une suite géométrique

a) Formule du cours : $v_n = v_0 \times q^n = 800 \times 1,05^n$.

b) $v_6 = 800 \times 1,05^6$.

— $1,05^6 \approx 1,340\,096$, donc $v_6 \approx 1\,072,08$.

c) Multiplier par 1,05 correspond à une **augmentation de 5 %** à chaque période : c'est par exemple un capital de 800 € placé à 5 % par an.

Réponse. a) $v_n = 800 \times 1,05^n$ · b) $v_6 \approx 1\,072,08$ · c) hausse de 5 % par période.

Correction de l'exercice 5 - Modéliser une évolution en pourcentage

a) Une hausse de 8 % correspond au coefficient $q = 1,08$: la suite est **géométrique**.

$$a_n = 4\,000 \times 1,08^n$$

b) $2028 = 2024 + 4$, donc on calcule a_4 .

— $1,08^4 \approx 1,360\,489$, donc $a_4 \approx 4\,000 \times 1,360\,489 \approx 5\,442$ abonnés.

— Ordre de grandeur : +8 % pendant 4 ans, c'est un peu plus de +36 %. Cohérent.

Réponse. a) $a_n = 4\,000 \times 1,08^n$ · b) environ 5 442 abonnés.

Correction de l'exercice 6 - Modéliser une évolution constante

a) L'augmentation est de +12 **unités** (et non de 12 %) : la suite est **arithmétique** de raison 12.

$$s_n = 150 + 12n$$

b) Le 10^e mois correspond à $n = 9$ (car s_0 est le premier mois) :

— $s_9 = 150 + 12 \times 9 = 150 + 108 = 258$ articles.

c) Différence essentielle : ici l'augmentation est **constante en valeur** (suite arithmétique, croissance linéaire), alors qu'un pourcentage constant donne une suite **géométrique** (croissance de plus en plus rapide).

Réponse. a) $s_n = 150 + 12n$ · b) 258 articles · c) arithmétique (hausse constante) et non géométrique.

Correction de l'exercice 7 - Deux termes connus

— Entre les rangs 2 et 6, on ajoute 4 fois la raison :

$$u_6 = u_2 + 4r \implies 41 = 17 + 4r$$

— Donc $4r = 24$ et $r = 6$.

— Puis $u_2 = u_0 + 2r$ donne $17 = u_0 + 12$, soit $u_0 = 5$.

— Vérification : $u_6 = 5 + 6 \times 6 = 41$. Correct.

Réponse. $r = 6$ et $u_0 = 5$.

Correction de l'exercice 8 – Sens de variation

- a) Suite arithmétique de raison $r = -3 < 0$: **décroissante**.
 b) Suite géométrique de premier terme positif et de raison $q = 1,02 > 1$: **croissante** (c'est une hausse de 2 % par période).
 c) Suite géométrique de raison $q = 0,85$ avec $0 < q < 1$: **décroissante** (baisse de 15 % par période) ; ses termes tendent vers 0.

Réponse. a) décroissante · b) croissante · c) décroissante.

Correction de l'exercice 9 – Recherche d'un seuil

- a) Suite géométrique de raison 1,03 : $C_n = 5\,000 \times 1,03^n$.
 b) On calcule les termes demandés :

n	5	6	7	8
C_n (€)	5 796,37	5 970,26	6 149,37	6 333,85

- $C_6 \approx 5\,970,26 < 6\,000$ et $C_7 \approx 6\,149,37 > 6\,000$.
 — Le capital dépasse donc 6 000 € au bout de 7 **ans**.

Réponse. a) $C_n = 5\,000 \times 1,03^n$ · b) au bout de 7 ans ($\approx 6\,149,37$ €).

Correction de l'exercice 10 – Problème : comparer deux offres

- a) Placement A : suite **arithmétique**, $A_n = 2\,000 + 80n$.
 — Placement B : suite **géométrique**, $B_n = 2\,000 \times 1,035^n$.
 b) Au bout de 3 ans :
 — $A_3 = 2\,000 + 240 = 2\,240$ €.
 — $B_3 = 2\,000 \times 1,035^3 \approx 2\,217,44$ €. Le placement **A** est meilleur.

Au bout de 10 ans :

- $A_{10} = 2\,000 + 800 = 2\,800$ €.
 — $B_{10} = 2\,000 \times 1,035^{10} \approx 2\,821,20$ €. Le placement **B** repasse devant.
 — Explication : les intérêts composés portent sur un capital qui grossit, leur effet s'accélère avec le temps.

Réponse. b) À 3 ans : A (2 240 € contre $\approx 2\,217,44$ €) · à 10 ans : B ($\approx 2\,821,20$ € contre 2 800 €).

Correction de l'exercice 11 – Synthèse : lecture d'un tableur

- a) Suite arithmétique : chaque terme s'obtient en ajoutant la raison au précédent, donc en B3 on saisit $=B2-45$, puis on recopie vers le bas.
 — b) Suite géométrique : on multiplie par la raison, donc $=B2*0,92$.
 — c) $0,92 = 1 - 0,08$: cela correspond à une **baisse de 8 %** par période.
 — Contrôle : avec $u_0 = 1\,200$, le cas géométrique donne $u_1 = 1\,104$, soit bien 96 de moins, c'est-à-dire 8 % de 1 200.

Réponse. a) $=B2-45$ · b) $=B2*0,92$ · c) une baisse de 8 % par période.