

Plaquette 5 – Modéliser une situation de gestion

Suites numériques — Première STMG

Corrections détaillées

Boîte à outils

La question qui tranche.

Formulation de l'énoncé	Modèle
« augmente de c € par mois »	arithmétique, $r = c$
« augmente de t % par mois »	géométrique, $q = 1 + \frac{t}{100}$
« perd c unités par an »	arithmétique, $r = -c$
« perd t % par an »	géométrique, $q = 1 - \frac{t}{100}$
« double chaque période »	géométrique, $q = 2$

Les quatre temps d'une modélisation.

- Nommer la suite et préciser ce que représente u_n , avec l'unité.
- Identifier u_0 et le mode d'évolution.
- Écrire la relation de récurrence **puis** la formule explicite.
- Répondre à la question posée, avec une phrase.

Bien définir le rang. « u_n est le chiffre d'affaires de l'année $2024 + n$ » évite toutes les erreurs de décalage. Préciser si u_0 correspond à la première ou à la deuxième année.

Les deux formules à connaître.

$$u_n = u_0 + nr \quad u_n = u_0 \times q^n$$

Comparer deux modèles. On calcule les termes des deux suites dans un même tableau et on repère le rang de croisement. À long terme, une suite géométrique croissante dépasse toujours une suite arithmétique.

Contrôles de vraisemblance. Un effectif est entier et positif ; un prix ne devient pas négatif ; une croissance à taux constant sur trente ans est une hypothèse, pas une certitude.

Correction de l'exercice 1 – Choisir le bon modèle

— **Critère** : montant fixe ou taux fixe ✓

a) **Montant ajouté** : 25 €, constant ✓

— **Nature** :

arithmétique, $r = 25$

— **Formule** : $u_n = 800 + 25n$ ✓

b) **Évolution** : un taux constant ✓

— **Nature** :

géométrique, $q = 1,025$

— **Formule** : $u_n = 5000 \times 1,025^n$ ✓

c) **Montant retiré** : 80 pièces, constant ✓

— **Nature** :

arithmétique, $r = -80$

— **Formule** : $u_n = 1200 - 80n$ ✓

— **Rang de rupture** : $n = 15$ ✓

d) **Évolution** : un taux constant ✓

— **Nature** :

géométrique, $q = 0,985$

— **Formule** : $u_n = 40\,000 \times 0,985^n$ ✓

— **Bilan** : deux modèles de chaque type ✓

— **Piège récurrent** : lire un pourcentage comme un montant ✓

— **Contrôle pour b)** : l'intérêt de la première année vaut 125 € ✓

— **Celui de la deuxième** : $\approx 128,13$ € ✓

— **Constat** : il augmente, donc ce n'est pas arithmétique ✓

Réponse. a) arithmétique, $r = 25$ · b) géométrique, $q = 1,025$ · c) arithmétique, $r = -80$ · d) géométrique, $q = 0,985$.

Correction de l'exercice 2 - Un salaire indexé

a) **Salaire initial** : 2800 € ✓

— **Nature** : géométrique ✓

— **Raison** : 1,045 ✓

— **Formule explicite** :

$$s_n = 2800 \times 1,045^n$$

b) **Calcul de s_1** : 2926 € ✓

— **Calcul de s_2** : $\approx 3057,67$ € ✓

— **Calcul de s_3** :

$$\approx 3195,27 \text{ €}$$

— **Calcul de s_6** : $2800 \times 1,045^6$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 1,3023$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 3646,33 \text{ €}$$

c) **Coefficient sur huit ans** : $1,045^8$ ✓

— **Valeur approchée** : 1,4221 ✓

— **Taux global** :

$$\approx +42,21 \%$$

— **Salaire correspondant** : $\approx 3981,88$ € ✓

— **Piège** : multiplier 4,5 par 8 ✓

— **Ce que cela donnerait** : +36 % ✓

— **Écart** : plus de 6 points ✓

— **Gain annuel de la première année** : 126 € ✓

— **Gain de la huitième** : $\approx 171,47$ € ✓

- **Observation** : les revalorisations grossissent ✓
- **Salaire annuel initial** : 33 600 € ✓
- **Salaire annuel après huit ans** : $\approx 47\,783$ € ✓

Réponse. a) $s_n = 2800 \times 1,045^n$ · b) $\approx 3195,27$ € et $3646,33$ € · c) $\approx +42,21$ %.

Correction de l'exercice 3 - Un stock à écouler

a) **Stock initial** : 18 000 ✓

- **Nature** : arithmétique ✓
- **Raison** : -1400 ✓
- **Formule explicite** :

$$s_n = 18\,000 - 1400n$$

b) **Substitution** : $18\,000 - 1400 \times 6$ ✓

- **Produit** : 8400 ✓
- **Résultat** :

$$s_6 = 9600 \text{ articles}$$

- **Part écoulée** : $\approx 46,7$ % ✓

c) **Équation** : $18\,000 - 1400n = 0$ ✓

- **Résolution** : $n = \frac{18\,000}{1400}$ ✓

- **Valeur approchée** : 12,857 ✓
- **Interprétation** : le stock ne s'annule pas à un mois entier ✓
- **Réponse** :

au cours du 13^e mois

- **Contrôle pour** $n = 12$: $18\,000 - 16\,800 = 1200$ ✓
- **Constat** : il reste 1200 articles ✓
- **Contrôle pour** $n = 13$: -200 ✓
- **Interprétation** : la demande dépasse le stock ✓
- **Ventes du treizième mois** : seulement 1200 possibles ✓
- **Stock après 10 mois** : 4000 articles ✓
- **Rapprovisionnement à prévoir** : avant le 13^e mois ✓
- **Si les ventes passaient à 1500** : rupture au 12^e mois ✓

Réponse. a) $s_n = 18\,000 - 1400n$ · b) 9600 articles · c) au cours du 13^e mois.

Correction de l'exercice 4 - Une clientèle qui s'érode

a) **Effectif initial** : 55 000 ✓

- **Proportion conservée** : 93 % ✓
- **Raison** : 0,93 ✓
- **Formule explicite** :

$$a_n = 55\,000 \times 0,93^n$$

b) **Substitution** : $55\,000 \times 0,93^4$ ✓

- **Valeur de la puissance** : $\approx 0,7481$ ✓
- **Résultat** :

$$\approx 41\,143 \text{ abonnés}$$

c) **Calcul de a_5** : $\approx 38\,263$ ✓

— **Comparaison** : $38\,263 < 40\,000$ ✓

— **Contrôle de a_4** : $41\,143 > 40\,000$ ✓

— **Réponse** :

après 5 ans

— **Pertes cumulées sur cinq ans** : $\approx 16\,737$ abonnés ✓

— **Taux global** : $\approx -30,43\%$ ✓

— **Piège** : multiplier 7 par 5 ✓

— **Ce que cela donnerait** : -35% ✓

— **Écart** : plus de 4 points ✓

— **Pertes de la première année** : 3850 abonnés ✓

— **Pertes de la cinquième** : ≈ 2880 ✓

— **Observation** : elles diminuent en valeur absolue ✓

— **Effectif après 10 ans** : $\approx 26\,619$ ✓

— **Durée pour perdre la moitié** : environ 9,6 ans ✓

Réponse. a) $a_n = 55\,000 \times 0,93^n$ · b) environ 41 143 · c) après 5 ans.

Correction de l'exercice 5 - Une start-up en croissance

a) **Chiffre d'affaires initial** : 420 ✓

— **Raison** : 1,18 ✓

— **Formule explicite** :

$$u_n = 420 \times 1,18^n$$

b) **Substitution** : $420 \times 1,18^4$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 1,9388$ ✓

— **Résultat** :

$\approx 814,29$ milliers d'euros

c) **Objectif** : dépasser 1000 ✓

— **Calcul de u_5** : $\approx 960,86$ ✓

— **Comparaison** : $960,86 < 1000$ ✓

— **Calcul de u_6** : $\approx 1133,81$ ✓

— **Comparaison** : $1133,81 > 1000$ ✓

— **Réponse** :

au bout de 6 ans

— **Taux global sur six ans** : $\approx +169,96\%$ ✓

— **Contrôle** : $1,18^6 \approx 2,6996$ ✓

— **Interprétation** : le chiffre d'affaires a presque triplé ✓

— **Croissance de la première année** : 75,6 ✓

— **Croissance de la sixième** : ≈ 173 ✓

— **Observation** : elle double presque ✓

— **Chiffre d'affaires à 10 ans** : ≈ 2198 ✓

— **Prudence** : 18 % par an sur dix ans est très optimiste ✓

Réponse. a) $u_n = 420 \times 1,18^n$ · b) $\approx 814,29$ · c) au bout de 6 ans.

Correction de l'exercice 6 – Deux modes de financement

a) **Premier scénario** : montant fixe ✓

— **Nature** : arithmétique ✓

— **Formule** :

$$a_n = 90\,000 + 7500n$$

— **Second scénario** : taux fixe ✓

— **Nature** : géométrique ✓

— **Formule** :

$$g_n = 90\,000 \times 1,09^n$$

b) **Calcul de a_3** : $90\,000 + 22\,500$ ✓

— **Valeur** : $112\,500$ € ✓

— **Calcul de g_3** : $90\,000 \times 1,09^3$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 116\,553$ € ✓

— **Comparaison** : le second l'emporte déjà ✓

— **Calcul de a_5** : $90\,000 + 37\,500$ ✓

— **Valeur** : $127\,500$ € ✓

— **Calcul de g_5** : $\approx 138\,476$ € ✓

— **Écart** :

$$\approx 10\,976 \text{ €}$$

c) **Comparaison des natures** : géométrique contre arithmétique ✓

— **Conclusion** : le second scénario l'emporte à long terme ✓

— **Justification** : une croissance exponentielle dépasse toujours une croissance linéaire ✓

— **Contrôle au rang 1** : $97\,500$ € contre $98\,100$ € ✓

— **Constat** : le second domine dès la première année ✓

— **Raison** : 9% de $90\,000$ font 8100 , plus que 7500 ✓

— **Écart au rang 10** : $\approx 48\,063$ € ✓

— **Budget géométrique à 10 ans** : $\approx 213\,063$ € ✓

— **Budget arithmétique** : $165\,000$ € ✓

Réponse. a) $90\,000 + 7500n$ et $90\,000 \times 1,09^n$ · b) $112\,500$ contre $116\,553$ €, puis $127\,500$ contre $138\,476$ € · c) le second.

Correction de l'exercice 7 – Un placement long

a) **Coefficient sur vingt ans** : $1,025^{20}$ ✓

— **Valeur approchée** : $1,6386$ ✓

— **Capital final** : $20\,000 \times 1,6386$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 32\,772,33 \text{ €}$$

b) **Intérêts** : $32\,772,33 - 20\,000$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 12\,772,33 \text{ €}$$

— **Taux global** :

$$\approx +63,86 \%$$

c) **Intérêts simples annuels** : $0,025 \times 20\,000$ ✓

- **Valeur** : 500 € ✓
- **Sur vingt ans** : 10 000 € ✓
- **Capital final** : 30 000 € ✓
- **Écart avec les intérêts composés** : $\approx 2772,33$ € ✓
- **Écart relatif** : environ 27,7 % des intérêts simples ✓
- **Explication** : les intérêts produisent eux-mêmes des intérêts ✓
- **Intérêts de la première année** : 500 € dans les deux cas ✓
- **Intérêts de la vingtième, en composé** : $\approx 799,33$ € ✓
- **Comparaison** : près de 300 € de plus ✓
- **Durée pour doubler** : environ 28 ans ✓
- **Contrôle** : $1,025^{28} \approx 1,9965$ ✓
- **Règle des 70** : $\frac{70}{2,5} = 28$ ✓
- **Concordance** ✓

Réponse. a) $\approx 32\,772,33$ € · b) $\approx 12\,772,33$ € et +63,86 % · c) 10 000 € en simples, soit 2772,33 € de moins.

Correction de l'exercice 8 – Une production en baisse

a) **Production initiale** : 3600 ✓

- **Raison** : 0,85 ✓
- **Formule explicite** :

$$p_n = 3600 \times 0,85^n$$

b) **Substitution** : $3600 \times 0,85^6$ ✓

- **Valeur de la puissance** : $\approx 0,3771$ ✓
- **Résultat** :

$$\approx 1357,74 \text{ unités}$$

c) **Objectif** : passer sous 1800 ✓

- **Calcul de p_4** : $\approx 2210,85$ ✓
- **Calcul de p_5** : $\approx 1879,22$ ✓
- **Comparaison** : encore au-dessus ✓
- **Calcul de p_6** : $\approx 1357,74$ ✓
- **Comparaison** : $1357,74 < 1800$ ✓
- **Réponse** :

après 6 ans

- **Rectification utile** : vérifier qu'aucun rang intermédiaire ne convient ✓
- **Contrôle de p_5** : $1879,22 > 1800$ ✓
- **Cohérence** ✓
- **Baisse globale sur six ans** : $\approx -62,29 \%$ ✓
- **Piège** : multiplier 15 par 6 ✓
- **Ce que cela donnerait** : -90% ✓
- **Écart** : près de 28 points ✓

— **Production après 10 ans** : ≈ 709 unités ✓

— **La production s'annule-t-elle ?** Non ✓

Réponse. a) $p_n = 3600 \times 0,85^n$ · b) environ 1358 unités · c) après 6 ans.

Correction de l'exercice 9 - Un objectif de croissance

a) **Coefficient global visé** : 2,5 ✓

— **Formule** : $1 + t = 2,5^{\frac{1}{6}}$ ✓

— **Valeur approchée** : 1,165 ✓

— **Taux annuel** :

$$\approx +16,50\%$$

b) **Vérification** : $1,165^6$ ✓

— **Valeur approchée** : $\approx 2,5$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Piège** : diviser 150 par 6 ✓

— **Ce que cela donnerait** : 25 % ✓

— **Contrôle** : $1,25^6 \approx 3,8147$ ✓

— **Écart avec 2,5** : considérable ✓

c) **Valeur initiale** : 1,8 million ✓

— **Après un an** : $\approx 2,097$ millions ✓

— **Après deux ans** : $\approx 2,443$ millions ✓

— **Après trois ans** : $\approx 2,846$ millions ✓

— **Après quatre ans** : $\approx 3,316$ millions ✓

— **Après cinq ans** : $\approx 3,863$ millions ✓

— **Après six ans** :

$$\approx 4,5 \text{ millions}$$

— **Contrôle** : $1,8 \times 2,5 = 4,5$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Croissance totale** : 2,7 millions ✓

— **Croissance de la première année** : $\approx 0,297$ million ✓

— **Croissance de la sixième** : $\approx 0,637$ million ✓

Réponse. a) $\approx +16,50\%$ par an · b) $1,165^6 \approx 2,5$ · c) de 1,8 à 4,5 millions.

Correction de l'exercice 10 - Un remboursement d'emprunt

a) **Capital initial** : 24 000 € ✓

— **Remboursement mensuel constant** : 400 € ✓

— **Nature** : arithmétique ✓

— **Formule explicite** :

$$c_n = 24\,000 - 400n$$

b) **Deux ans** : $n = 24$ ✓

— **Substitution** : $24\,000 - 400 \times 24$ ✓

— **Produit** : 9600 ✓

— **Résultat** :

$$c_{24} = 14\,400 \text{ €}$$

— **Part remboursée** : 40 % ✓

c) **Équation** : $24\,000 - 400n = 0$ ✓

— **Résolution** : $n = \frac{24\,000}{400}$ ✓

— **Résultat** :

60 mois

— **Durée en années** : 5 ans ✓

— **Contrôle** : $60 \times 400 = 24\,000 \text{ €}$ ✓

— **Concordance** ✓

— **Effet d'une mensualité portée à 500 €** : 48 mois ✓

— **Gain de temps** : 12 mois ✓

— **Coût total identique** : 24 000 € ✓

— **Raison** : absence d'intérêts ✓

— **Avec des intérêts** : le modèle ne serait plus arithmétique ✓

— **Explication** : les intérêts dépendent du capital restant ✓

— **Capital restant après 30 mois** : 12 000 € ✓

— **Interprétation** : la moitié, à mi-parcours ✓

Réponse. a) $c_n = 24\,000 - 400n$ · b) 14 400 € · c) 60 mois, soit 5 ans.

Correction de l'exercice 11 - Deux offres d'abonnement

a) **Offre A** : montant fixe ✓

— **Formule** :

$$a_n = 50 + 3n$$

— **Offre B** : taux fixe ✓

— **Formule** :

$$b_n = 40 \times 1,06^n$$

— **Convention** : $n = 0$ pour le premier mois ✓

b) **Septième mois** : $n = 6$ ✓

— **Calcul de a_6** : $50 + 18$ ✓

— **Valeur** : 68 € ✓

— **Calcul de b_6** : $40 \times 1,06^6$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 1,4185$ ✓

— **Valeur** :

$$\approx 56,74 \text{ €}$$

— **Comparaison** : B reste moins chère ✓

c) **Calcul de a_{10}** : 80 € ✓

— **Calcul de b_{10}** : $\approx 71,63 \text{ €}$ ✓

— **Comparaison** : B reste inférieure ✓

— **Calcul de a_{15}** : 95 € ✓

— **Calcul de b_{15}** : $\approx 95,86 \text{ €}$ ✓

— **Comparaison** : B dépasse ✓

— **Calcul de a_{14}** : 92 € ✓

- **Calcul de b_{14}** : $\approx 90,44$ € ✓
- **Comparaison** : B encore inférieure ✓
- **Réponse** :

$$n = 15$$

- **Interprétation** : au 16^e mois ✓
- **Écart au rang 20** : 110 € contre $\approx 128,29$ € ✓
- **Conclusion** : B finit par coûter bien plus cher ✓

Réponse. a) $50 + 3n$ et $40 \times 1,06^n$ · b) 68 € contre $\approx 56,74$ € · c) à partir de $n = 15$.

Correction de l'exercice 12 - Repérer un mauvais modèle

- **Modèle proposé** : arithmétique de raison 240 ✓
- **Origine du 240** : 3 % de 8000 ✓
- **Ce que cela suppose** : des intérêts **simples** ✓
- **Réalité d'un placement classique** : des intérêts **composés** ✓
- **Modèle correct** :

$$u_n = 8000 \times 1,03^n$$

- **Nature** : géométrique de raison 1,03 ✓
- **Valeur du modèle fautif à 10 ans** : $8000 + 2400$ ✓
- **Résultat** : 10 400 € ✓
- **Valeur du modèle correct** : $8000 \times 1,03^{10}$ ✓
- **Valeur de la puissance** : $\approx 1,3439$ ✓
- **Résultat** :

$$\approx 10\,751,33 \text{ €}$$

- **Écart** : $\approx 351,33$ € ✓
- **Écart relatif** : environ 3,4 % ✓
- **Écart à 20 ans** : 12 800 € contre $\approx 14\,449$ € ✓
- **Différence** : ≈ 1649 € ✓
- **Observation** : l'écart se creuse avec la durée ✓
- **Cas où le modèle arithmétique serait juste** : des intérêts non capitalisés ✓
- **Exemple** : des coupons versés et dépensés chaque année ✓
- **Leçon** : « rapporte t % par an » implique par défaut la capitalisation ✓

Réponse. Le bon modèle est $u_n = 8000 \times 1,03^n$: à 10 ans, 10 751,33 € au lieu de 10 400 €.

Correction de l'exercice 13 - Un parc de logements

- a) **Parc initial** : 12 500 ✓
- **Construction annuelle constante** : 380 ✓
- **Nature** : arithmétique ✓
- **Formule explicite** :

$$L_n = 12\,500 + 380n$$

- b) **Substitution** : $12\,500 + 380 \times 8$ ✓
- **Produit** : 3040 ✓
- **Résultat** :

$$L_8 = 15\,540 \text{ logements}$$

— **Croissance** : $\approx +24,3\%$ ✓

c) **Inéquation** : $12\,500 + 380n \geq 16\,000$ ✓

— **On retranche** $12\,500$: $380n \geq 3\,500$ ✓

— **Division** : $n \geq \frac{3\,500}{380}$ ✓

— **Valeur approchée** : $9,21$ ✓

— **Premier rang entier** :

$$n = 10 \text{ ans}$$

— **Contrôle pour** $n = 9$: $12\,500 + 3\,420 = 15\,920$ ✓

— **Comparaison** : encore insuffisant ✓

— **Contrôle pour** $n = 10$: $16\,300$ ✓

— **Objectif atteint** ✓

— **Croissance annuelle en pourcentage, première année** : $\approx 3,04\%$ ✓

— **Dixième année** : $\approx 2,39\%$ ✓

— **Observation** : le taux de croissance **baisse** ✓

— **Explication** : le montant est fixe, la base grandit ✓

— **Différence avec un modèle géométrique** : le taux y serait constant ✓

Réponse. a) $L_n = 12\,500 + 380n$ · b) $15\,540$ · c) au bout de 10 ans.

Correction de l'exercice 14 - Comparer trois placements

a) **Premier placement** : $10\,000 \times 1,015^{15}$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 1,2502$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 12\,502 \text{ €}$$

— **Deuxième** : $10\,000 \times 1,03^{15}$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 1,5580$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 15\,580 \text{ €}$$

— **Troisième** : $10\,000 \times 1,05^{15}$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 2,0789$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 20\,789 \text{ €}$$

b) **Gains respectifs** : $2\,502 \text{ €}$, $5\,580 \text{ €}$ et $10\,789 \text{ €}$ ✓

— **Rapport entre le troisième et le premier** : $\approx 4,31$ ✓

— **Rapport des taux** : $\frac{5}{3} \approx 3,33$ ✓

— **Constat** : le rapport des gains dépasse celui des taux ✓

— **Explication** : la capitalisation amplifie l'écart ✓

— **Rapport entre le deuxième et le premier** : $\approx 2,23$ ✓

— **Rapport des taux** : 2 ✓

— **Même phénomène** ✓

— **Interprétation** : doubler le taux fait plus que doubler le gain ✓

— **Durées de doublement** : environ 47, 23 et 14 ans ✓

- **Contrôle par la règle des 70** : 46,7, 23,3 et 14 ✓
- **Concordance** ✓
- **Conclusion** : sur le long terme, chaque point de taux compte énormément ✓

Réponse. a) $\approx 12\,502$ €, $15\,580$ € et $20\,789$ € · b) les gains sont dans un rapport bien supérieur à celui des taux.

Correction de l'exercice 15 - Un modèle mixte

a) **Deux effets** : les intérêts, puis le versement ✓

- **Intérêts** : multiplication par 1,04 ✓
- **Versement** : addition de 500 ✓
- **Relation de récurrence** :

$$u_{n+1} = 1,04 \times u_n + 500$$

— **Premier terme** : $u_0 = 6000$ ✓

b) **Calcul de u_1** : $6000 \times 1,04 + 500$ ✓

- **Intérêts** : 6240 ✓
- **Valeur** : 6740 € ✓
- **Calcul de u_2** : $6740 \times 1,04 + 500$ ✓
- **Valeur** : $\approx 7509,60$ € ✓
- **Calcul de u_3** : $7509,6 \times 1,04 + 500$ ✓
- **Valeur** :

$$\approx 8309,98 \text{ €}$$

c) **Test arithmétique** : différences 740, 769,60, 800,38 ✓

- **Constat** : elles varient ✓
- **Verdict** : **non** arithmétique ✓
- **Test géométrique** : quotients $\approx 1,1233$ puis $\approx 1,1142$ ✓
- **Constat** : ils varient aussi ✓
- **Verdict** : **non** géométrique ✓
- **Conclusion** :

ni l'une ni l'autre

- **Nature** : une suite arithmético-géométrique ✓
- **Programme** : hors du programme de première STMG ✓
- **Méthode praticable** : le calcul de proche en proche, au tableur ✓
- **Formule tableur en B3** : $= B2 \times 1,04 + 500$ ✓
- **Valeur de u_{10}** : $\approx 14\,884,52$ € ✓
- **Versements cumulés** : 5000 € ✓
- **Intérêts cumulés** : $\approx 3884,52$ € ✓

Réponse. a) $u_{n+1} = 1,04u_n + 500$ · b) 6740, 7509,60, 8309,98 € · c) ni arithmétique ni géométrique.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : un plan à cinq ans

a) **Scénario A** : arithmétique ✓

— **Formule** :

$$a_n = 850\,000 + 60\,000n$$

— **Scénario B** : géométrie ✓

— **Formule** :

$$b_n = 850\,000 \times 1,06^n$$

b) **Calcul de a_5** : $850\,000 + 300\,000$ ✓

— **Résultat** :

$$1\,150\,000 \text{ €}$$

— **Calcul de b_5** : $850\,000 \times 1,06^5$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 1,3382$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 1\,137\,492 \text{ €}$$

— **Comparaison** : A l'emporte légèrement ✓

— **Écart** : $\approx 12\,508 \text{ €}$ ✓

c) **Calcul de a_1** : $910\,000 \text{ €}$ ✓

— **Calcul de b_1** : $901\,000 \text{ €}$ ✓

— **Comparaison** : $910\,000 > 901\,000$ ✓

— **Réponse** :

le scénario A

— **Raison** : 6 % de $850\,000$ font $51\,000$, moins que $60\,000$ ✓

d) **Calcul de a_{10}** : $850\,000 + 600\,000$ ✓

— **Résultat** : $1\,450\,000 \text{ €}$ ✓

— **Calcul de b_{10}** : $850\,000 \times 1,06^{10}$ ✓

— **Valeur de la puissance** : $\approx 1,7908$ ✓

— **Résultat** :

$$\approx 1\,522\,221 \text{ €}$$

— **Comparaison** : B l'emporte ✓

— **Écart** : $\approx 72\,221 \text{ €}$ ✓

— **Rang de croisement** : entre 6 et 7 ans ✓

— **Contrôle à 6 ans** : $1\,210\,000 \text{ €}$ contre $\approx 1\,205\,741 \text{ €}$ ✓

— **Contrôle à 7 ans** : $1\,270\,000 \text{ €}$ contre $\approx 1\,278\,086 \text{ €}$ ✓

— **Conclusion** : B dépasse A dès la 7^e année ✓

Réponse. a) $850\,000 + 60\,000n$ et $850\,000 \times 1,06^n$ · b) $1\,150\,000 \text{ €}$ contre $\approx 1\,137\,492 \text{ €}$ ·

c) A · d) B, dès $n = 7$.