# Plaquette 1 – Fonction génératrice, moments et sommes de variables indépendantes

## Séries génératrices — Prépa MP / MPI (2e année)

Corrections détaillées

### Boîte à outils

**Définition.** Pour $X$ à valeurs dans $\mathbb{N}$ :

$$G_X(t) = \mathbb{E}\left(t^X\right) = \sum_{n \geq 0} \mathbb{P}(X = n)\, t^n$$

— Le **rayon de convergence** est $\geq 1$ ; $G_X$ est définie au moins sur $[-1\,;1]$, avec $G_X(1) = 1$.

— **Unicité** : $G_X$ **caractérise la loi** — deux variables de même génératrice ont même loi, puisque $\mathbb{P}(X = n) = \dfrac{G_X^{(n)}(0)}{n!}$.

**Moments.** Si $G_X$ est dérivable en 1 (au sens de la limite à gauche) :

$$\mathbb{E}(X) = G_X'(1) \qquad \mathbb{E}[X(X-1)] = G_X''(1)$$

$$\mathrm{V}(X) = G_X''(1) + G_X'(1) - \left(G_X'(1)\right)^2$$

**Somme de variables indépendantes.** Si $X$ et $Y$ sont **indépendantes** :

$$G_{X+Y}(t) = G_X(t)\, G_Y(t)$$

C'est le résultat central : la **convolution des lois** devient un simple **produit**.

**Génératrices usuelles.**

| Loi | $G_X(t)$ |
|---|---|
| $B(p)$ | $q + pt$ |
| $B(n, p)$ | $(q + pt)^n$ |
| $G(p)$ | $\dfrac{pt}{1 - qt}$ |
| $P(\lambda)$ | $\mathrm{e}^{\lambda(t-1)}$ |
| Uniforme $[\![1, n]\!]$ | $\dfrac{t(1 - t^n)}{n(1 - t)}$ |

**Somme aléatoire.** Si $S = X_1 + \ldots + X_N$ avec $N$ indépendante des $X_i$ (i.i.d.) :

$$G_S(t) = G_N(G_X(t))$$

## Correction de l'exercice 1 – Génératrice d'une loi de Bernoulli

— **Définition** : $G_X(t) = \mathbb{P}(X = 0)t^0 + \mathbb{P}(X = 1)t^1 = q + pt$.

— **Espérance** : $G_X'(t) = p$, donc $\mathbb{E}(X) = G_X'(1) = p$ ✓

— **Moment factoriel** : $G_X''(t) = 0$, donc $\mathbb{E}[X(X-1)] = 0$ (logique, $X(X-1) = 0$ toujours).

— **Variance** :

$$\mathrm{V}(X) = 0 + p - p^2 = p(1 - p) = pq$$

— Cohérent avec la formule connue ✓

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Contrôle** : $G_X(1) = q + p = 1$ ✓ — toute génératrice vaut 1 en 1.
— **Remarque** : $G_X$ est ici un **polynôme de degré 1**, reflet du support fini $\{0, 1\}$.

**Réponse.** $G_X(t) = q + pt$ ; $\mathbb{E} = p$, $\mathrm{V} = pq$.

## Correction de l'exercice 2 – Génératrice de la loi binomiale

**Méthode 1 — calcul direct (binôme de Newton).**

$$G_X(t) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k q^{n-k} t^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (pt)^k q^{n-k} = (q + pt)^n$$

**Méthode 2 — somme de Bernoulli indépendantes.** $X = X_1 + \ldots + X_n$ avec $X_i \sim B(p)$ indépendantes, donc

$$G_X(t) = \prod_{i=1}^{n} G_{X_i}(t) = (q + pt)^n$$

— **Moments** : $G_X'(t) = np(q + pt)^{n-1}$, donc $\mathbb{E}(X) = np$ ✓
— $G_X''(t) = n(n-1)p^2(q + pt)^{n-2}$, donc $\mathbb{E}[X(X-1)] = n(n-1)p^2$.
— **Variance** : $n(n-1)p^2 + np - n^2p^2 = np(1-p)$ ✓
— **Élégance** : la seconde méthode transforme une convolution en produit — c'est tout l'intérêt des génératrices.

**Réponse.** $G_X(t) = (q + pt)^n$.

## Correction de l'exercice 3 – Génératrice de la loi de Poisson

— **Calcul** :

$$G_X(t) = \sum_{n \geq 0} \mathrm{e}^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} t^n = \mathrm{e}^{-\lambda} \sum_{n \geq 0} \frac{(\lambda t)^n}{n!} = \mathrm{e}^{-\lambda} \mathrm{e}^{\lambda t} = \mathrm{e}^{\lambda(t-1)}$$

— Le rayon de convergence est **infini**.
— **Espérance** : $G_X'(t) = \lambda \mathrm{e}^{\lambda(t-1)}$, donc $\mathbb{E}(X) = \lambda$ ✓
— **Moment factoriel** : $G_X''(t) = \lambda^2 \mathrm{e}^{\lambda(t-1)}$, donc $\mathbb{E}[X(X-1)] = \lambda^2$.
— **Variance** : $\lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda$ ✓ — on retrouve $\mathbb{E} = \mathrm{V}$.
— **Généralisation immédiate** : $G_X^{(k)}(1) = \lambda^k$, donc tous les **moments factoriels** de la loi de Poisson valent $\lambda^k$ — un résultat très difficile à obtenir directement.

**Réponse.** $G_X(t) = \mathrm{e}^{\lambda(t-1)}$ ; $\mathbb{E} = \mathrm{V} = \lambda$.

## Correction de l'exercice 4 – Génératrice de la loi géométrique

— **Calcul** :

$$G_X(t) = \sum_{k \geq 1} q^{k-1} p\, t^k = pt \sum_{k \geq 1} (qt)^{k-1} = \frac{pt}{1 - qt}$$

valable pour $|t| < \frac{1}{q}$ (rayon $\frac{1}{q} > 1$).

— **Dérivée** : $G_X'(t) = \dfrac{p(1-qt) + pqt}{(1-qt)^2} = \dfrac{p}{(1-qt)^2}$.
— En $t = 1$ : $\mathbb{E}(X) = \dfrac{p}{p^2} = \dfrac{1}{p}$ ✓
— **Dérivée seconde** : $G_X''(t) = \dfrac{2pq}{(1-qt)^3}$, donc $\mathbb{E}[X(X-1)] = \dfrac{2q}{p^2}$.
— **Variance** :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\mathrm{V}(X) = \frac{2q}{p^2} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{2q + p - 1}{p^2} = \frac{q}{p^2}$$

— Cohérent avec la valeur du cours ✓

— **Contrôle** ($p = \frac{1}{6}$) : $\mathbb{E} = 6$ et $\mathrm{V} = \dfrac{5/6}{1/36} = 30$, soit $\sigma \approx 5{,}48$ ✓

**Réponse.** $G_X(t) = \dfrac{pt}{1 - qt}$ ; $\mathbb{E} = \dfrac{1}{p}$, $\mathrm{V} = \dfrac{q}{p^2}$.

## Correction de l’exercice 5 – Somme de variables indépendantes

— **Produit des génératrices** (variables indépendantes) :

$$G_{X+Y}(t) = G_X(t) G_Y(t) = \mathrm{e}^{\lambda(t-1)} \times \mathrm{e}^{\mu(t-1)} = \mathrm{e}^{(\lambda+\mu)(t-1)}$$

— On reconnaît la génératrice de $P(\lambda + \mu)$.

— Par **unicité** de la génératrice, $X + Y \sim P(\lambda + \mu)$.

— **Comparaison** : la preuve directe exigeait un calcul de convolution avec le binôme de Newton ; ici trois lignes suffisent.

— **Même technique pour la binomiale** : $(q + pt)^n (q + pt)^m = (q + pt)^{n+m}$, donc $B(n, p) + B(m, p) = B(n + m, p)$ ✓

— **Attention** : la formule produit **exige** l’indépendance.

**Réponse.** $\mathrm{e}^{\lambda(t-1)} \mathrm{e}^{\mu(t-1)} = \mathrm{e}^{(\lambda+\mu)(t-1)}$.

## Correction de l’exercice 6 – Identification d’une loi

— **Vérification préalable** : $G_X(1) = \dfrac{1}{1} = 1$ ✓

— **Mise en forme** : on factorise le dénominateur,

$$G_X(t) = \frac{t^2}{4\left(1 - \frac{3t}{4}\right)} = \frac{t^2}{4} \sum_{n \geq 0} \left(\frac{3t}{4}\right)^n$$

— **Développement** :

$$G_X(t) = \sum_{n \geq 0} \frac{3^n}{4^{n+1}} t^{n+2}$$

— En posant $k = n + 2$ : $\mathbb{P}(X = k) = \dfrac{3^{k-2}}{4^{k-1}}$ pour $k \geq 2$.

— **Identification** : $X - 1 \sim G\left(\frac{1}{4}\right)$, car $\mathbb{P}(X - 1 = j) = \left(\frac{3}{4}\right)^{j-1} \frac{1}{4}$ avec $j = k - 1$ ✓

— **Contrôle de normalisation** : $\sum_{k \geq 2} \dfrac{3^{k-2}}{4^{k-1}} = \dfrac{1}{4} \sum_{m \geq 0} \left(\dfrac{3}{4}\right)^m = \dfrac{1}{4} \times 4 = 1$ ✓

— **Espérance** : $\mathbb{E}(X) = 1 + \dfrac{1}{1/4} = 5$ ; contrôle par dérivation, $G_X'(t) = \dfrac{2t(4 - 3t) + 3t^2}{(4 - 3t)^2}$, donc $G_X'(1) = \dfrac{2 + 3}{1} = 5$ ✓

**Réponse.** $\mathbb{P}(X = k) = \dfrac{3^{k-2}}{4^{k-1}}$ pour $k \geq 2$ ; $X - 1 \sim G\left(\frac{1}{4}\right)$.

## Correction de l’exercice 7 – Somme d’un nombre aléatoire de variables

— **Composition** : $S = X_1 + \ldots + X_N$ avec $X_i \sim B(p)$ i.i.d., indépendantes de $N$.

— **Formule** : $G_S(t) = G_N(G_X(t))$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— $G_X(t) = q + pt$ et $G_N(u) = \mathrm{e}^{\lambda(u-1)}$, donc

$$G_S(t) = \mathrm{e}^{\lambda(q+pt-1)} = \mathrm{e}^{\lambda p(t-1)}$$

puisque $q - 1 = -p$.

— **Identification** : $S \sim P(\lambda p)$ ✓ — on retrouve le résultat obtenu par calcul direct, en trois lignes.

— **Moments** : $\mathbb{E}(S) = \lambda p$ et $\mathrm{V}(S) = \lambda p$.

— **Formule générale de Wald** : $\mathbb{E}(S) = \mathbb{E}(N)\mathbb{E}(X)$, ici $\lambda \times p$ ✓

— **Puissance de la méthode** : elle traite aussi les cas où $N$ n'est pas de Poisson (processus de branchement, files d'attente).

**Réponse.** $G_S(t) = \mathrm{e}^{\lambda p(t-1)}$, donc $S \sim P(\lambda p)$.

## Correction de l'exercice 8 – Somme de deux dés

— **Génératrice d'un dé** : $G(t) = \dfrac{t + t^2 + \ldots + t^6}{6} = \dfrac{t(1-t^6)}{6(1-t)}$.

— **Somme** (dés indépendants) : $G_S(t) = G(t)^2 = \dfrac{t^2\left(1-t^6\right)^2}{36(1-t)^2}$.

— **Développement** : le carré du polynôme $t + \ldots + t^6$ vaut

$$t^2 + 2t^3 + 3t^4 + 4t^5 + 5t^6 + 6t^7 + 5t^8 + 4t^9 + 3t^{10} + 2t^{11} + t^{12}$$

— **Lecture des coefficients** (divisés par 36) : $\mathbb{P}(S=7) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$, $\mathbb{P}(S=2) = \dfrac{1}{36}$, etc.

— **Contrôle** : la somme des coefficients est 36 ✓, et la loi est bien **triangulaire** symétrique autour de 7 ✓

— **Question célèbre (dés de Sicherman)** : peut-on truquer deux dés pour obtenir la même loi de somme ? Oui — il faut factoriser $G(t)^2$ autrement, ce qui donne les faces $(1,2,2,3,3,4)$ et $(1,3,4,5,6,8)$.

**Réponse.** $G_S(t) = \dfrac{t^2(1-t^6)^2}{36(1-t)^2}$, loi triangulaire de sommet 7.

## Correction de l'exercice 9 – Moments d'ordre supérieur

— **Moments factoriels** : $G_X^{(k)}(1) = \lambda^k$, donc

— $\mathbb{E}(X) = \lambda$ ;

— $\mathbb{E}[X(X-1)] = \lambda^2$ ;

— $\mathbb{E}[X(X-1)(X-2)] = \lambda^3$.

— **Passage aux moments ordinaires** : on développe

$$X^3 = X(X-1)(X-2) + 3X(X-1) + X$$

— **Vérification de l'identité** : $X^3 - 3X^2 + 2X + 3X^2 - 3X + X = X^3$ ✓

— **Espérance** :

$$\mathbb{E}\left(X^3\right) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + \lambda$$

— **Contrôle** ($\lambda = 1$) : $1 + 3 + 1 = 5$. Calcul direct : $\sum_{k \geq 0} k^3 \mathrm{e}^{-1}\frac{1}{k!}$ — les premiers termes donnent $\mathrm{e}^{-1}(0 + 1 + 4 + 4{,}5 + \ldots) \approx 5$ ✓

— **Méthode générale** : les moments factoriels s'obtiennent sans effort ; les moments ordinaires s'en déduisent par changement de base polynomiale.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

**Réponse.** $\mathbb{E}\left(X^3\right) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + \lambda$.

## Correction de l'exercice 10 – Processus de branchement

— **Génératrice d'un individu** : $G(t) = \frac{1}{4} + \frac{t}{2} + \frac{t^2}{4} = \frac{(1+t)^2}{4}$.

— **Espérance de la descendance** : $G'(t) = \frac{1+t}{2}$, donc $m = G'(1) = 1$.

— **Génération 2** : $G_2 = G \circ G$, et par dérivation composée,

$$G_2'(1) = G'(G(1))G'(1) = G'(1)^2 = m^2 = 1$$

— **Espérance** : $\mathbb{E}(Z_2) = 1$ — la population se maintient **en moyenne**.

— **Cas critique** : $m = 1$ est exactement la frontière. On démontre que la probabilité d'**extinction** vaut alors 1 : la population s'éteint presque sûrement, malgré une espérance constante.

— **Classification** : $m < 1$ (sous-critique, extinction), $m = 1$ (critique, extinction), $m > 1$ (sur-critique, survie possible).

— **Probabilité d'extinction** : c'est la plus petite racine de $G(t) = t$ dans $[0\,;1]$ ; ici $(1+t)^2 = 4t$ donne $(t-1)^2 = 0$, soit $t = 1$ ✓

**Réponse.** $\mathbb{E}(Z_2) = m^2 = 1$ (cas critique).

## Correction de l'exercice 11 – Génératrice et fonction de répartition

Posons $H(t) = \sum_{n \geq 0} \mathbb{P}(X > n) t^n$.

— On écrit $\mathbb{P}(X > n) = \sum_{k > n} \mathbb{P}(X = k)$ et l'on **intervertit** les sommations (termes positifs) :

$$H(t) = \sum_{k \geq 1} \mathbb{P}(X = k) \sum_{n=0}^{k-1} t^n = \sum_{k \geq 1} \mathbb{P}(X = k) \frac{1 - t^k}{1 - t}$$

— Soit

$$H(t) = \frac{1 - G_X(t)}{1 - t} \qquad (t \neq 1)$$

— **Contrôle en** $t \to 1$ : par la règle de L'Hôpital, $H(1) = G_X'(1) = \mathbb{E}(X)$ — on retrouve la **formule de la queue** ✓

— **Exemple** ($X \sim G(p)$) : $H(t) = \frac{1 - \frac{pt}{1-qt}}{1-t} = \frac{1 - qt - pt}{(1-qt)(1-t)} = \frac{1}{1-qt}$, dont les coefficients sont $q^n = \mathbb{P}(X > n)$ ✓

**Réponse.** $H(t) = \frac{1 - G_X(t)}{1 - t}$.

## Correction de l'exercice 12 – Moments de la loi uniforme par la génératrice

a) **Définition** : $G_X(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} t^k$, polynôme (donc dérivable en 1 sans difficulté).

b) On dérive terme à terme :

$$G_X'(1) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n+1}{2} \qquad G_X''(1) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} k(k-1) = \frac{(n+1)(n-1)}{3}$$

— (avec $\sum k(k-1) = \sum k^2 - \sum k = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n-1)}{3}$).

c) $\mathbb{E}(X) = G_X'(1) = \frac{n+1}{2}$ et

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$\mathrm{V}(X) = G_X''(1) + G_X'(1) - G_X'(1)^2 = (n+1)\left(\frac{n-1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{n+1}{4}\right) = \frac{n^2-1}{12}$$

— **Contrôle** $n = 6$ : $\mathbb{E}(X) = 3{,}5$ et $\mathrm{V}(X) = \frac{35}{12}$ ✓.

— **Piège** : la forme close $\frac{t(1-t^n)}{n(1-t)}$ n'est pas définie en $t = 1$ ; pour dériver en 1, la forme polynomiale est plus sûre.

**Réponse.** $\mathbb{E}(X) = \frac{n+1}{2}$, $\mathrm{V}(X) = \frac{n^2-1}{12}$.

## Correction de l'exercice 13 – Génératrice d'une transformée affine

a) Par **transfert** :

$$G_{aX+b}(t) = \mathbb{E}\left(t^{aX+b}\right) = t^b\,\mathbb{E}\left((t^a)^X\right) = t^b\,G_X(t^a)$$

— valable pour $|t| \le 1$ (alors $|t^a| \le 1$).

b) $G_{2X+1}(t) = t\,\mathrm{e}^{\lambda(t^2-1)} = \mathrm{e}^{-\lambda}\sum_{k\ge 0}\frac{\lambda^k}{k!}t^{2k+1}$.

— Les coefficients d'indice pair sont nuls et $\mathbb{P}(2X+1 = 2k+1) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$ : c'est bien la loi de $X$ transportée sur les impairs.

c) $G_{2X+1}'(t) = \mathrm{e}^{\lambda(t^2-1)} + 2\lambda t^2\mathrm{e}^{\lambda(t^2-1)}$, d'où $G'(1) = 1 + 2\lambda$.

— **Contrôle** par linéarité : $\mathbb{E}(2X+1) = 2\lambda + 1$ ✓.

**Réponse.** $G_{aX+b}(t) = t^b G_X(t^a)$ ; $G_{2X+1}(t) = t\,\mathrm{e}^{\lambda(t^2-1)}$, espérance $1 + 2\lambda$.

## Correction de l'exercice 14 – Rayon de convergence et existence des moments

a) Les coefficients sont en $\frac{1}{n^2}$ : le rayon vaut $R = 1$ (règle de d'Alembert). Pour $0 \le t < 1$, par dérivation terme à terme :

$$G_X'(t) = \frac{6}{\pi^2}\sum_{n\ge 1}\frac{t^{n-1}}{n} = -\frac{6}{\pi^2}\cdot\frac{\ln(1-t)}{t} \xrightarrow[t\to 1^-]{} +\infty$$

— $G_X$ n'est pas dérivable à gauche en 1 : $X$ n'admet **pas** d'espérance (cohérent avec la divergence de $\sum\frac{1}{n}$).

b) Si $R > 1$, $G_X$ est de classe $C^\infty$ sur $]-R, R[$, qui contient 1, et $G_X^{(r)}(1) = \sum_n n(n-1)\cdots(n-r+1)\mathbb{P}(X=n)$ converge : tous les moments factoriels, donc tous les moments $\mathbb{E}\left(X^r\right)$, sont finis.

c) $G_X(t) = \frac{pt}{1-qt}$ a pour rayon $R = \frac{1}{q} > 1$ : la loi géométrique a des moments de tous ordres.

— **Leçon** : le rayon renseigne sur la **queue** de la loi ; $R > 1$ signifie une décroissance exponentielle de $\mathbb{P}(X = n)$.

**Réponse.** a) $R = 1$, $G_X'(t) \to +\infty$ : pas d'espérance ; b) $R > 1 \Rightarrow$ tous les moments ; c) $R = \frac{1}{q}$.

## Correction de l'exercice 15 – Synthèse : temps d'attente du deuxième succès

— **Décomposition** : $T = T_1 + T_2$ où $T_1$ est le rang du premier succès et $T_2$ le nombre d'épreuves **supplémentaires** jusqu'au second.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Par **absence de mémoire**, $T_1$ et $T_2$ sont **indépendantes** et suivent toutes deux $G(p)$.
— **Génératrice** :

$$G_T(t) = G_{T_1}(t)G_{T_2}(t) = \left(\frac{pt}{1-qt}\right)^2$$

— **Loi** : le développement donne $\mathbb{P}(T=k) = (k-1)q^{k-2}p^2$ pour $k \geq 2$ — c'est la loi **binomiale négative** (il faut choisir la position de l'unique succès parmi les $k-1$ premières épreuves).
— **Moments** (additivité, indépendance) :

$$\mathbb{E}(T) = \frac{2}{p}, \qquad \mathrm{V}(T) = \frac{2q}{p^2}$$

— **Contrôle** ($p = \frac{1}{2}$) : $\mathbb{E}(T) = 4$ et $\mathrm{V}(T) = 4$. La loi donne $\mathbb{P}(T=2) = \frac{1}{4}$, $\mathbb{P}(T=3) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, $\mathbb{P}(T=4) = \frac{3}{16}$ ; l'espérance partielle $2 \times 0{,}25 + 3 \times 0{,}25 + 4 \times 0{,}1875 = 2{,}0$ converge bien vers 4 avec les termes suivants ✓
— **Généralisation** : le rang du $r$-ième succès a pour génératrice $\left(\frac{pt}{1-qt}\right)^r$, d'espérance $\frac{r}{p}$.

**Réponse.** $G_T(t) = \left(\frac{pt}{1-qt}\right)^2$ ; $\mathbb{E}(T) = \frac{2}{p}$, $\mathrm{V}(T) = \frac{2q}{p^2}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).