

Plaquette 2 – Boucles imbriquées

Algorithmique et Scratch — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Le principe.

```

répéter b fois
  répéter a fois
    instruction
  
```

L'instruction s'exécute $a \times b$ fois au total.

$$\text{nombre d'exécutions} = a \times b$$

L'indentation décide de tout. Une instruction décalée d'un cran appartient à la boucle intérieure ; alignée sur elle, elle appartient à la boucle extérieure et ne s'exécute que b fois.

Position	Nombre d'exécutions
dans la boucle intérieure	$a \times b$
dans la boucle extérieure, hors de l'intérieure	b
avant les boucles	1

Le motif répété. La boucle intérieure trace un **motif** — un carré, une étoile, un segment ; la boucle extérieure le **répète** en le déplaçant ou en le tournant.

Répartir une rotation complète. Pour répéter b fois un motif en tournant d'un cran à chaque fois et revenir à la position de départ :

$$b \times \text{angle} = 360$$

La méthode de lecture. On décrit d'abord ce que fait **un** passage de la boucle extérieure, puis on multiplie. Dérouler les $a \times b$ étapes une à une est presque toujours inutile.

Correction de l'exercice 1 – Compter les exécutions

a) « Avancer de 10 pas » est dans la boucle intérieure, qui tourne 3 fois, elle-même relancée 5 fois :

$$3 \times 5 = 15 \text{ exécutions}$$

b) « Tourner de 72 degrés » est aligné sur la boucle intérieure, donc **dans la boucle extérieure seulement** : il s'exécute 5 fois.

c) Chaque exécution avance de 10 pas :

$$15 \times 10 = 150 \text{ pas}$$

L'indentation, clé de lecture. « Avancer » est décalé de deux crans, « tourner » d'un seul. Ce décalage seul distingue 15 exécutions de 5 : déplacer « tourner » d'un cran vers la droite changerait complètement la figure.

Le contrôle des rotations. $5 \times 72 = 360^\circ$: le lutin effectue un tour complet et retrouve sa direction de départ ✓

Réponse. a) 15 fois — b) 5 fois — c) 150 pas.

Correction de l'exercice 2 - La rosace de carrés

a) La boucle intérieure répète 4 fois « avancer de 60, tourner de 90° » : elle trace un **carré de côté 60 pas**. Comme $4 \times 90 = 360^\circ$, le lutin revient à son point et à sa direction de départ à la fin de chaque carré.

b) La boucle extérieure tourne 8 fois, donc 8 **carrés** sont tracés.

c) Entre deux carrés, le lutin tourne de 45° . Au total :

$$8 \times 45 = 360^\circ$$

Après le huitième carré, le lutin a donc effectué un tour complet et retrouve sa direction initiale : la rosace est refermée.

La figure obtenue. Huit carrés partageant le même sommet, tournés de 45° les uns par rapport aux autres : c'est une rosace à huit branches, motif classique de Scratch.

Le nombre total d'instructions « avancer ». $4 \times 8 = 32$, pour une distance de $32 \times 60 = 1920$ pas.

Réponse. a) un carré de côté 60 — b) 8 carrés — c) oui, $8 \times 45 = 360^\circ$.

Correction de l'exercice 3 - L'indentation change tout

a) **Script A.** « Tourner » est dans la boucle intérieure : chaque passage trace un carré de côté 50. La boucle extérieure le refait trois fois, **au même endroit** — le lutin revenant à son point de départ à chaque carré. On voit donc **un seul carré**, tracé trois fois.

b) **Script B.** La boucle intérieure ne contient que « avancer » : le lutin avance quatre fois de 50, soit 200 pas en ligne droite, puis tourne de 90° . Répété trois fois, cela trace **trois côtés d'un carré de côté 200** — une figure ouverte en forme de U.

c) **Script A** : $4 \times 3 = 12$ exécutions. **Script B** : 3 exécutions seulement.

Ce que l'exercice démontre. Un seul cran d'indentation transforme un carré de 50 en un U de côté 200. Dans Scratch, l'emboîtement des blocs joue ce rôle : un bloc placé à l'intérieur ou à l'extérieur d'une boucle n'a pas le même effet.

La méthode de lecture. Toujours repérer d'abord **où se referme** chaque boucle, avant de compter quoi que ce soit.

Réponse. a) un carré de côté 50 tracé trois fois — b) trois côtés d'un carré de 200 — c) 12 contre 3.

Correction de l'exercice 4 - La grille de points

a) « Estampiller » est dans la boucle intérieure (5 fois), relancée 5 fois :

$$5 \times 5 = 25 \text{ points}$$

b) La boucle intérieure trace une **rangée** de 5 points espacés de 40, de gauche à droite. L'instruction « mettre x à -100 » ramène le lutin au début de la rangée, et « ajouter 40 à y » le fait monter d'un cran. On obtient une **grille de 5×5 points**.

c) Le dernier point de la dernière rangée. En x, quatre déplacements après le premier point :

$$x = -100 + 4 \times 40 = 60$$

En y, quatre montées après la première rangée :

$$y = -100 + 4 \times 40 = 60$$

Le point le plus en haut à droite est en (60; 60).

Le piège du décompte. Il y a 5 points par rangée mais seulement 4 intervalles entre

eux : le dernier point est à 4×40 du premier, pas 5×40 . C'est l'erreur classique des problèmes de « poteaux et intervalles ».

Le rôle de « mettre x à -100 ». Sans ce retour à la ligne, les rangées se poursuivraient vers la droite et sortiraient de la scène.

Réponse. a) 25 points — b) une grille 5×5 — c) (60; 60).

Correction de l'exercice 5 - L'erreur de Karim

a) $3 \times 120 = 360^\circ$: la boucle intérieure trace bien un **triangle équilatéral** de côté 70 pas, et referme la figure ✓

b) La boucle extérieure tourne 6 fois de 90° :

$$6 \times 90 = 540^\circ$$

soit un tour et demi. Les triangles ne se répartissent donc pas régulièrement : certains se superposent, et la rosace n'est pas fermée.

c) Pour répartir 6 triangles sur un tour complet, l'angle doit valoir

$$\frac{360}{6} = 60^\circ$$

répéter 6 fois

répéter 3 fois

avancer de 70 pas

tourner de 120 degrés

tourner de 60 degrés

Contrôle : $6 \times 60 = 360^\circ$ ✓

Les deux rotations à ne pas confondre. Celle de la boucle **intérieure** ferme le motif ($n \times a = 360$) ; celle de la boucle **extérieure** répartit les motifs autour du centre ($b \times a' = 360$). Les deux obéissent à la même règle, mais avec des valeurs différentes.

Réponse. a) un triangle équilatéral — b) 540° , soit un tour et demi — c) tourner de 60° .

Correction de l'exercice 6 - Compter les instructions

a) L'instruction est dans la boucle intérieure (6 fois), relancée 4 fois :

$$6 \times 4 = 24 \text{ exécutions}$$

b) L'instruction est dans la boucle extérieure seulement : 4 exécutions.

c) La variable « total » reçoit 24 fois 1 et 4 fois 10 :

$$\text{total} = 24 \times 1 + 4 \times 10 = 24 + 40 = 64$$

La trace après chaque passage extérieur.

Passage	total à la fin
1	$6 + 10 = 16$
2	$16 + 6 + 10 = 32$
3	48
4	64

Chaque passage ajoute 16 au total, et $4 \times 16 = 64$ ✓

Ce que le tableau montre. Le total progresse régulièrement : une boucle imbriquée dont le contenu ne change pas se résume toujours à une multiplication. C'est ce qui rend le calcul direct possible sans dérouler les 24 étapes.

Réponse. a) 24 fois — b) 4 fois — c) total = 64.

Correction de l'exercice 7 - La frise de triangles

a) La boucle extérieure tourne 6 fois, chaque passage traçant un triangle : **6 triangles**.

b) Le lutin se décale de 70 entre deux triangles, alors que chaque triangle occupe 50 de large :

$$70 - 50 = 20 \text{ pas d'espace}$$

c) Six décalages de 70 depuis $x = -180$:

$$x = -180 + 6 \times 70 = -180 + 420 = 240$$

Le lutin termine en (240; 0), soit exactement **au bord droit** de la scène.

Le rôle du stylo. Le lever avant le décalage puis le rebaisser sépare les six triangles. Sans cela, une ligne horizontale les relierait.

L'attention au dépassement. Le sixième triangle est tracé **avant** le sixième décalage : il occupe donc de $x = 170$ à $x = 220$, dans la scène ✓ C'est le lutin seul qui finit au bord, après le dernier décalage inutile.

Réponse. a) 6 triangles — b) 20 pas — c) en (240; 0), au bord de la scène.

Correction de l'exercice 8 - Deux boucles, une multiplication

La relation du cours.

$$a \times b = 84$$

a) Si $b = 7$:

$$a = \frac{84}{7} = 12$$

La boucle intérieure tourne 12 fois.

b) Si $a = 12$:

$$b = \frac{84}{12} = 7$$

La boucle extérieure tourne 7 fois — c'est la même situation, vue dans l'autre sens.

c) Il faut chercher les diviseurs de 84. Par exemple $a = 4$ et $b = 21$, ou $a = 6$ et $b = 14$.

Tous les couples possibles. Les diviseurs de 84 sont 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84 : il y a donc 12 couples $(a; b)$ possibles.

La différence à l'écran. 4×21 et 21×4 donnent le même nombre d'exécutions, mais pas la même figure : dans un cas on répète 21 fois un motif de 4 instructions, dans l'autre 4 fois un motif de 21. Le total ne dit pas tout.

Réponse. a) 12 fois — b) 7 fois — c) par exemple (4; 21) ou (6; 14).

Correction de l'exercice 9 - L'escalier à marches

a) La boucle intérieure ajoute trois fois 25 à x :

$$3 \times 25 = 75 \text{ par passage extérieur}$$

b) Quatre passages, donc en x :

$$x = -200 + 4 \times 75 = -200 + 300 = 100$$

et en y , quatre montées de 50 :

$$y = -150 + 4 \times 50 = -150 + 200 = 50$$

Le lutin termine en (100; 50).

c) Chaque passage trace un segment horizontal de 75 (en trois petits pas), puis un segment vertical de 50 : on obtient un **escalier à quatre marches**, chaque marche mesurant 75 de large et 50 de haut.

Pourquoi la boucle intérieure. Elle découpe le déplacement horizontal en trois étapes. À l'écran, le tracé est identique à un seul « ajouter 75 à x », mais l'animation est plus progressive.

Le contrôle par le total. La distance horizontale totale vaut $4 \times 3 \times 25 = 300$ ✓ et la distance verticale $4 \times 50 = 200$ ✓

Réponse. a) 75 — b) (100; 50) — c) un escalier à 4 marches de 75×50 .

Correction de l'exercice 10 - Le motif répété en rond

a) Les 10 rotations doivent totaliser un tour complet :

$$10 \times a = 360 \Rightarrow a = 36^\circ$$

b) **La structure :**

```

répéter 10 fois
  répéter 4 fois
    avancer de 50 pas
    tourner de 90 degrés
  tourner de 36 degrés

```

La boucle intérieure trace le motif — ici un carré — et la boucle extérieure le répète en tournant de 36° .

c) Avec un angle de 40° , la rotation totale vaudrait

$$10 \times 40 = 400^\circ$$

soit un tour complet **plus** 40° . Le dixième motif ne se placerait pas dans le prolongement du premier : la rosace serait irrégulière, avec deux motifs presque superposés et un trou ailleurs.

La règle à retenir. Pour une rosace régulière à b motifs, l'angle vaut $\frac{360}{b} - 36^\circ$ pour dix motifs, 30° pour douze, 24° pour quinze.

Réponse. a) 36° — c) la rosace serait irrégulière (400° au lieu de 360°).

Correction de l'exercice 11 - Compter les traits

a) L'instruction est dans la boucle intérieure (5 fois), relancée 3 fois :

$$5 \times 3 = 15 \text{ exécutions}$$

b) On additionne les deux types de déplacements :

$$15 \times 20 + 3 \times 100 = 300 + 300 = 600 \text{ pas}$$

c) $5 \times 72 = 360^\circ$: la boucle intérieure trace un **pentagone régulier** de côté 20 pas, et le referme.

La figure d'ensemble. Trois petits pentagones, reliés par des segments de 100 pas. Comme le lutin retrouve sa direction après chaque pentagone, les trois segments de liaison sont tous dans la même direction : les pentagones sont alignés.

Le contrôle de l'indentation. « Avancer de 100 pas » est aligné sur la boucle intérieure : il appartient donc à la boucle extérieure et ne s'exécute que 3 fois. Décalé d'un cran, il s'exécuterait 15 fois et la figure serait tout autre.

Réponse. a) 15 fois — b) 600 pas — c) un pentagone régulier de côté 20.

Correction de l'exercice 12 - Reconstituer la structure

a) **Boucle intérieure** — elle trace un carré, donc 4 répétitions avec une rotation de

$$\frac{360}{4} = 90^\circ$$

b) **Boucle extérieure** — elle répartit 12 carrés sur un tour, donc 12 répétitions avec une rotation de

$$\frac{360}{12} = 30^\circ$$

Le script :

```
répéter 12 fois
  répéter 4 fois
    avancer de 45 pas
    tourner de 90 degrés
  tourner de 30 degrés
```

c) « Avancer » est dans la boucle intérieure :

$$4 \times 12 = 48 \text{ exécutions}$$

pour une distance totale de $48 \times 45 = 2160$ pas.

Les deux applications de la même règle. $n \times a = 360$ sert deux fois : à fermer le carré (4×90) et à fermer la rosace (12×30). C'est la structure type de toutes les rosaces de Scratch.

Réponse. a) 4 répétitions, 90° — b) 12 répétitions, 30° — c) 48 exécutions.

Correction de l'exercice 13 - Trois boucles imbriquées

a) Le principe se prolonge à trois niveaux : on multiplie les trois nombres de répétitions.

$$2 \times 3 \times 4 = 24 \text{ exécutions}$$

b) La variable part de 0 et reçoit 24 fois 1 :

$$n = 24$$

c) Avec 5 répétitions au milieu :

$$2 \times 5 \times 4 = 40$$

La valeur finale serait $n = 40$.

La règle générale. Pour des boucles imbriquées de a , b et c répétitions, l'instruction du cœur s'exécute $a \times b \times c$ fois. Elle se prolonge à autant de niveaux qu'on veut.

L'avertissement pratique. Le nombre d'exécutions croît très vite : trois boucles de 100 répétitions feraient un million d'exécutions. C'est ce qui rend les boucles imbriquées puissantes — et parfois très lentes.

Réponse. a) 24 fois — b) $n = 24$ — c) $n = 40$.

Correction de l'exercice 14 - Le damier

a) $4 \times 4 = 16$ cases.

b) La case en bas à droite est la dernière de la **première** rangée. Le lutin part de $x = -120$ et estampille avant chaque décalage, donc la quatrième case est à

$$x = -120 + 3 \times 60 = -120 + 180 = 60$$

avec $y = -120$ inchangé : la case est en $(60; -120)$.

c) La case en haut à gauche est la première de la **dernière** rangée. En x , le lutin est revenu à -120 ; en y , il a monté trois fois :

$$y = -120 + 3 \times 60 = 60$$

La case est en $(-120; 60)$.

Le piège du décompte, une fois de plus. Quatre cases mais trois intervalles : la dernière est à 3×60 de la première, pas 4×60 . Le quatrième décalage a bien lieu, mais **après** la dernière estampille de la rangée.

Le contrôle. Le damier occupe de -120 à 60 dans les deux directions, soit un carré de 180 de côté ✓

Réponse. a) 16 cases — b) $(60; -120)$ — c) $(-120; 60)$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : la rosace de pentagones

a) $5 \times 72 = 360^\circ$: la boucle intérieure trace un **pentagone régulier** de côté 40 pas et le referme.

b) La boucle extérieure tourne 9 fois, donc 9 **pentagones**. La rotation totale vaut
$$9 \times 40 = 360^\circ$$

La rosace est donc **fermée** : le neuvième pentagone ramène le lutin à sa direction de départ ✓

c) « Avancer » s'exécute $5 \times 9 = 45$ fois, de 40 pas :

$$45 \times 40 = 1800 \text{ pas}$$

d) Les rotations de 72° sont exécutées 45 fois, celles de 40° neuf fois :

$$45 + 9 = 54 \text{ instructions « tourner »}$$

Le contrôle global des rotations. $45 \times 72 + 9 \times 40 = 3240 + 360 = 3600^\circ$, soit exactement 10 tours complets — neuf pour fermer les pentagones, un pour fermer la rosace ✓

Le bilan de la plaquette. Une boucle imbriquée se lit toujours de la même façon : la boucle intérieure fait le motif, l'extérieure le répète, et l'indentation dit qui fait quoi.

Réponse. a) un pentagone de côté 40 — b) 9 pentagones, rosace fermée — c) 1800 pas — d) 54 rotations.