

Plaquette 3 – Variables et calculs

Algorithmique et Scratch — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les deux instructions de base.

Bloc	Effet
mettre v à a	remplace le contenu de v par a
ajouter a à v	remplace le contenu de v par sa valeur plus a

L'affectation n'est pas une égalité. L'instruction « mettre n à $n + 3$ » n'a rien d'une équation : elle calcule $n + 3$ avec la valeur **actuelle** de n , puis range le résultat dans n .

$$n \leftarrow n + 3$$

Une boucle qui accumule. Si une boucle tournant k fois ajoute d à chaque passage, la variable augmente de

$$k \times d$$

Une boucle qui multiplie. Si chaque passage remplace v par $2v$, alors après k passages la variable a été multipliée par 2^k .

Traduire un programme de calcul.

Phrase	Instruction
choisir un nombre	mettre n à ... (ou demander)
le multiplier par 4	mettre n à $n \times 4$
lui ajouter 7	ajouter 7 à n
afficher le résultat	dire n

La table d'exécution. Une colonne par variable, une ligne par instruction exécutée. C'est long, mais c'est la seule méthode qui garantit le bon résultat sur un script qu'on ne comprend pas d'emblée.

Correction de l'exercice 1 – Suivre une variable

La table d'exécution.

Instruction	valeur de a
mettre a à 5	5
ajouter 3 à a	8
mettre a à $a \times 2$	16
ajouter -4 à a	12

Le détail de la troisième ligne. « Mettre a à $a \times 2$ » se lit de droite à gauche : on calcule d'abord $a \times 2$ avec la valeur actuelle, soit $8 \times 2 = 16$, puis on range 16 dans a .

$$a \leftarrow a \times 2$$

L'ancienne valeur 8 est **perdue** : une affectation écrase toujours le contenu précédent.

Pourquoi ce n'est pas une équation. L'égalité $a = a \times 2$ n'aurait de solution que $a = 0$. En informatique, la flèche remplace le signe égal justement pour éviter cette confusion.

La valeur finale de a est 12.

Réponse. 5, puis 8, puis 16, puis 12.

Correction de l'exercice 2 - Deux variables

La table d'exécution.

Instruction	x	y
mettre x à 10	10	—
mettre y à 4	10	4
ajouter 6 à x	16	4
mettre y à $x - y$	16	12
mettre x à $y + 2$	14	12

Le détail de la quatrième ligne. $x - y = 16 - 4 = 12$, rangé dans y . La valeur 4 est perdue ; x n'est pas modifié.

Le détail de la cinquième. $y + 2 = 12 + 2 = 14$, rangé dans x . C'est la **nouvelle** valeur de y qui est utilisée, pas l'ancienne.

Les valeurs finales : $x = 14$ et $y = 12$.

Le piège de l'ordre. Si les deux dernières instructions étaient inversées, on aurait d'abord $x \leftarrow y + 2 = 6$, puis $y \leftarrow x - y = 6 - 4 = 2$: des résultats totalement différents. En informatique, l'ordre des instructions fait partie du calcul.

Réponse. $x = 14$ et $y = 12$.

Correction de l'exercice 3 - Une boucle qui accumule

a) Après trois passages :

$$s = 0 + 3 \times 7 = 21$$

b) Après les huit passages :

$$s = 8 \times 7 = 56$$

c) On cherche le nombre k de passages tel que $7k = 91$:

$$k = \frac{91}{7} = 13$$

Il faudrait 13 **répétitions**.

Une autre solution : garder 8 passages et changer le pas. Il faudrait $8d = 91$, soit $d = 11,375$ — possible mais peu naturel. La première solution est préférable.

La formule de l'accumulation.

$$s = s_{\text{départ}} + k \times d$$

Elle évite de dérouler les huit passages : une boucle à pas constant se résume toujours à une multiplication.

Réponse. a) 21 — b) 56 — c) 13 répétitions.

Correction de l'exercice 4 - Une variable qui double

a) Chaque passage double la variable :

Passage	n
départ	3
1	6
2	12
3	24
4	48
5	96

b) La valeur finale est $n = 96$.

c) La variable a été multipliée cinq fois par 2, soit par $2^5 = 32$:

$$n = 3 \times 2^5 = 3 \times 32 = 96$$

La différence avec l'accumulation. Une boucle qui **ajoute** fait croître la variable régulièrement ; une boucle qui **multiplie** la fait croître de plus en plus vite. Ici, le dernier passage ajoute 48 à lui seul, autant que les quatre premiers réunis.

L'ordre de grandeur. Avec 20 passages au lieu de 5, on obtiendrait $3 \times 2^{20} = 3\,145\,728$. C'est la croissance exponentielle — celle du grain de riz sur l'échiquier.

Réponse. a) 6, 12, 24, 48, 96 — b) 96 — c) 3×2^5 .

Correction de l'exercice 5 - L'erreur de Nina

a) **La table d'exécution.**

Instruction	a	b
mettre a à 7	7	—
mettre b à 12	7	12
mettre a à b	12	12
mettre b à a	12	12

b) **Non.** Les deux variables valent 12 : la valeur 7 a été **perdue** dès la troisième instruction, quand a a été écrasé.

c) Il faut **sauvegarder** la valeur de a avant de l'écraser, dans une troisième variable :

```
mettre a à 7
mettre b à 12
mettre temp à a
mettre a à b
mettre b à temp
```

Vérification : temp = 7, puis $a = 12$, puis $b = 7$ ✓ L'échange est réussi.

La leçon. Une affectation détruit l'ancienne valeur, définitivement. Toute permutation de variables exige une case de stockage supplémentaire — c'est l'un des premiers réflexes de programmation.

Réponse. a) $a = b = 12$ — b) non — c) passer par une variable temporaire.

Correction de l'exercice 6 - Le programme de calcul

a) **Le script :**

```
mettre n à ...
mettre n à n * 3
ajouter 12 à n
mettre n à n / 3
dire n
```

b) **Avec 5 :** 15, puis 27, puis 9.

Avec -2 : -6, puis 6, puis 2.

c) On suit les étapes avec une lettre x :

$$x \rightarrow 3x \rightarrow 3x + 12 \rightarrow \frac{3x + 12}{3}$$

On factorise le numérateur pour simplifier :

$$\frac{3(x + 4)}{3} = x + 4$$

Le programme **ajoute simplement** 4 au nombre choisi.

Contrôle sur b) : $5 + 4 = 9$ ✓ et $-2 + 4 = 2$ ✓

Ce que le calcul littéral apporte. Les deux essais suggéraient la règle ; seul le calcul avec une lettre la démontre pour tous les nombres. Et c'est la factorisation qui permet la simplification finale.

Réponse. b) 9 et 2 — c) le programme ajoute 4 au nombre choisi.

Correction de l'exercice 7 - La somme des premiers entiers

a) **Les trois premiers passages.**

Passage	s	i
départ	0	1
1	1	2
2	3	3
3	6	4

b) Le script additionne $1 + 2 + 3 + \dots + 10$:

$$s = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

c) Il calcule la **somme des dix premiers entiers**. La variable i sert de compteur : elle prend successivement les valeurs 1 à 10, et s accumule ces valeurs.

Le calcul de la somme, à la manière de Gauss. On regroupe les termes par paires de somme 11 :

$$(1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6) = 5 \times 11 = 55$$

Le rôle des deux variables. i avance d'un pas régulier — c'est le compteur ; s accumule — c'est l'accumulateur. Ce couple compteur/accumulateur est la structure la plus fréquente de toute l'algorithmique.

Réponse. a) $s = 6$ et $i = 4$ — b) $s = 55$ — c) la somme des entiers de 1 à 10.

Correction de l'exercice 8 - Une variable dans un déplacement

a) La variable vaut 10 au premier passage, puis augmente de 10 **après** chaque déplacement :

$$10; 20; 30; 40; 50; 60$$

b) Le déplacement total en x est la somme de ces six valeurs :

$$10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 = 210$$

Donc $x = -200 + 210 = 10$, et y ne change pas : le lutin termine en $(10; 0)$.

c) À pas constant de 10, le déplacement vaudrait $6 \times 10 = 60$, et le lutin finirait en $(-140; 0)$ — bien plus à gauche.

Ce que la variable change. Elle permet à la boucle de faire quelque chose de **différent** à chaque passage : les sauts s'allongent progressivement. Sans elle, tous les passages seraient identiques.

Le contrôle par la somme. $10 + 20 + \dots + 60 = 10 \times (1 + 2 + \dots + 6) = 10 \times 21 = 210$ ✓

Réponse. a) 10 à 60 de 10 en 10 — b) $(10; 0)$ — c) à pas constant, $(-140; 0)$.

Correction de l'exercice 9 - Compter à rebours

a) Après quatre passages :

$$n = 100 - 4 \times 12 = 100 - 48 = 52$$

b) Après sept passages :

$$n = 100 - 7 \times 12 = 100 - 84 = 16$$

c) On cherche le premier k tel que $100 - 12k < 0$, c'est-à-dire $12k > 100$:

$$k > \frac{100}{12} \approx 8,33$$

Le premier entier convenable est $k = 9$. Au **neuvième passage**, n vaudrait $100 - 108 = -8$.

Vérification : au huitième passage, $n = 100 - 96 = 4$, encore positif ✓

La formule de la décrémentation.

$$n = n_{\text{départ}} - k \times d$$

C'est la même que l'accumulation, avec un pas négatif. Rien de nouveau : « retrancher 12 » revient à « ajouter -12 ».

Réponse. a) 52 — b) 16 — c) au 9^e passage ($n = -8$).

Correction de l'exercice 10 - Deux compteurs

a) $a = 0 + 5 \times 8 = 40$ et $b = 50 - 5 \times 6 = 20$.

b) **La table d'exécution.**

Passage	a	b
départ	0	50
1	8	44
2	16	38
3	24	32
4	32	26
5	40	20

a dépasse b au **quatrième passage** : $32 > 26$.

c) On cherche k tel que $8k > 50 - 6k$:

$$8k + 6k > 50 \Rightarrow 14k > 50 \Rightarrow k > \frac{50}{14} \approx 3,57$$

Le premier entier est $k = 4$ ✓ conforme au tableau.

L'écart se comble de 14 par passage. a gagne 8 et b perd 6 : c'est exactement le raisonnement des problèmes de rattrapage — on ne suit pas les deux grandeurs séparément, mais leur **écart**.

Réponse. a) $a = 40$ et $b = 20$ — b) au 4^e passage — c) $14k > 50$ donne $k = 4$.

Correction de l'exercice 11 - La variable et la taille

a) Chaque passage triple la variable :

$$30; 90; 270; 810$$

b) La variable a été multipliée quatre fois par 3 :

$$\text{taille} = 10 \times 3^4 = 10 \times 81 = 810$$

c) On cherche le premier k tel que $10 \times 3^k > 10\,000$, soit $3^k > 1000$. Or

$$3^6 = 729 \quad 3^7 = 2187$$

Il faut donc $k = 7$ passages : la taille vaudrait $10 \times 2187 = 21\,870$.

Vérification : avec 6 passages, $10 \times 729 = 7290$, encore inférieur à 10 000 ✓

La croissance multiplicative. En sept passages seulement, la variable est multipliée par plus de 2000. Une boucle qui additionne 10 à chaque passage n'aurait atteint que 80 : la différence entre les deux comportements est spectaculaire.

Réponse. a) 30, 90, 270, 810 — b) 10×3^4 — c) 7 passages.

Correction de l'exercice 12 - Traduire un calcul littéral

a) **Le script**, en respectant les priorités :

```
demander x
mettre r à 3 * x * x
mettre r à r - 5 * x
ajouter 2 à r
dire r
```

b) **Pour** $x = 4$. La table d'exécution :

Instruction	r
mettre r à $3 \times x$	48
mettre r à $r - 5 * x$	28
ajouter 2 à r	30

Contrôle par le calcul : $3 \times 16 - 20 + 2 = 48 - 20 + 2 = 30 \checkmark$

c) **Pour** $x = -1$: $3 \times 1 = 3$, puis $3 - (-5) = 8$, puis 10.

Contrôle : $3 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 3 + 5 + 2 = 10 \checkmark$

Le piège du carré d'un négatif. $x \times x = (-1) \times (-1) = 1$ et non -1 . Écrire $3x^2$ comme $3 \times x \times x$ rend ce point automatique, alors qu'une saisie directe de -1^2 dans une calculatrice donnerait -1 .

Réponse. b) $r = 30$ — c) $r = 10$.

Correction de l'exercice 13 - La moyenne de trois notes

a) somme = $14 + 9 + 16 = 39$.

b) moyenne = $\frac{39}{3} = 13$.

c) Avec un coefficient 2 sur la deuxième note, la somme des coefficients passe à 4 :

```
mettre somme à n1 + 2 * n2 + n3
mettre moyenne à somme / 4
```

La valeur obtenue : somme = $14 + 18 + 16 = 48$, donc

$$\text{moyenne} = \frac{48}{4} = 12$$

Pourquoi la moyenne baisse. La note la plus faible, 9, compte désormais double : elle tire la moyenne vers le bas, de 13 à 12.

L'erreur à éviter. Doubler la note **sans** changer le diviseur donnerait $\frac{48}{3} = 16$: un résultat supérieur à toutes les notes sauf une, donc manifestement faux. Le diviseur d'une moyenne pondérée est toujours la **somme des coefficients**.

Réponse. a) 39 — b) 13 — c) diviser par 4, moyenne = 12.

Correction de l'exercice 14 - Un script à reconstituer

a) La diminution totale vaut $200 - 20 = 180$, répartie sur 6 passages :

$$d = \frac{180}{6} = 30$$

b) **Le script :**

```
mettre v à 200
répéter 6 fois
    ajouter -30 à v
```

Vérification : $200 - 6 \times 30 = 200 - 180 = 20 \checkmark$

c) Après 10 passages :

$$v = 200 - 10 \times 30 = 200 - 300 = -100$$

La variable deviendrait **négative**, ce que Scratch accepte sans difficulté — contrairement à une coordonnée hors scène, qui serait bloquée.

La formule inverse de l'accumulation.

$$d = \frac{v_{\text{départ}} - v_{\text{arrivée}}}{k}$$

C'est le même raisonnement que pour déterminer le pas d'une boucle de déplacement.

Réponse. a) 30 — b) répéter 6 fois : ajouter -30 à v — c) $v = -100$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : la suite doublée

a) u part de 5 et double à chaque passage, **après** avoir été ajouté à s :

5; 10; 20; 40; 80; 160

(et u vaut 320 à la fin, après le dernier doublement).

b) s accumule les six premières valeurs :

$$s = 5 + 10 + 20 + 40 + 80 + 160 = 315$$

c) On peut factoriser par 5 :

$$s = 5 \times (1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32) = 5 \times 63 = 315$$

Et $1 + 2 + 4 + \dots + 32 = 2^6 - 1 = 63$, donc

$$s = 5 \times (2^6 - 1) = 5 \times 63 = 315$$

La propriété remarquable. La somme des puissances de 2 de 1 à 2^{k-1} vaut toujours $2^k - 1$: il manque exactement 1 pour atteindre la puissance suivante. On le vérifie ici : $s = 315$ et $u = 320$, soit $s = u - 5$ ✓

Le bilan de la plaquette. Deux variables, deux rôles : u évolue, s accumule. Dérouler la table d'exécution reste la méthode de référence, et le calcul littéral confirme le résultat.

Réponse. a) 5, 10, 20, 40, 80, 160 — b) $s = 315$ — c) $5 \times (2^6 - 1)$.