

Plaque 4 - Substituer, tester, démontrer

Calcul littéral — Quatrième

Exercices

Méthode

Remplacer une lettre par un nombre est le geste le plus simple du chapitre — et celui où l'on perd le plus de points, à cause des signes et des parenthèses. C'est pourtant ce geste qui donne au calcul littéral toute son utilité : il permet de **tester** une égalité, de **réfuter** une affirmation par un contre-exemple, et surtout de **démontrer** une propriété valable pour tous les nombres.

Exercice 1 - Calculer pour plusieurs valeurs

On pose $A = 3x + 7$.

Calculer A pour $x = 0$, $x = 4$, $x = 10$ et $x = 100$.

Que remarque-t-on lorsque x augmente de 1 ?

Exercice 2 - Avec des nombres négatifs

On pose $B = x^2 - 4x + 1$.

Calculer B pour $x = 2$, $x = -1$ et $x = -3$.

Exercice 3 - Décimaux et fractions

On pose $C = 2x + 5$.

Calculer C pour $x = 1,5$, $x = \frac{3}{4}$ et $x = -2,5$.

Exercice 4 - Tester une égalité

On considère l'égalité $5x - 3 = 2x + 9$.

- a) Le nombre 4 est-il solution ?
- b) Et le nombre 2 ?
- c) Et le nombre -1 ?

Exercice 5 - Formules de géométrie

- a) Calculer l'aire d'un triangle de base $b = 7$ cm et de hauteur $h = 4,5$ cm.
- b) Calculer le périmètre d'un cercle de rayon $r = 5$ cm, valeur exacte puis arrondie au dixième.
- c) Calculer l'aire d'un disque de rayon 3 cm, valeur exacte.

Exercice 6 - Des degrés Celsius aux Fahrenheit

La conversion des degrés Celsius en degrés Fahrenheit se fait par la formule

$$F = 1,8 \times C + 32$$

- a) Convertir 0°C , 25°C et 100°C .
- b) Convertir -40°C . Que remarque-t-on ?
- c) À quelle température Celsius correspond 50°F ?

Exercice 7 - Compléter un tableau

On pose $D = x^2 - 3x$.

Compléter le tableau de valeurs.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
D	?	?	?	?	?	?	?

Pour quelles valeurs du tableau D est-il négatif ?

Exercice 8 - L'erreur d'Élias

Élias doit calculer $-x^2$ pour $x = -4$. Il écrit : « $-x^2 = -(-4)^2 = 16$. »

- a) Corriger son calcul.
- b) Calculer $(-x)^2$ pour la même valeur.
- c) Ces deux expressions sont-elles parfois égales ?

Exercice 9 - Deux expressions à départager

On pose $E = 2(x + 3)$ et $F = 2x + 3$.

- a) Calculer E et F pour $x = 0$, $x = 1$ et $x = 5$.
- b) Ces expressions sont-elles égales ?
- c) Pour quelle valeur de x coïncident-elles ?

Exercice 10 - Deux entiers consécutifs

- a) Calculer la somme de 7 et 8, puis de 12 et 13, puis de 20 et 21.
- b) Que remarque-t-on sur ces sommes ?
- c) Démontrer que la somme de deux entiers consécutifs est toujours impaire.

Exercice 11 - La somme de trois entiers consécutifs

- a) Calculer $4 + 5 + 6$, puis $10 + 11 + 12$, puis $25 + 26 + 27$.
- b) Comparer chaque résultat au nombre du milieu.
- c) Démontrer la propriété observée.

Exercice 12 - Un programme surprenant

Programme : choisir un nombre, le multiplier par 2, ajouter 6, diviser le résultat par 2, puis retrancher 3.

- a) Appliquer le programme à 7, puis à -4 , puis à 0,5.

- b) Émettre une conjecture.
- c) Démontrer cette conjecture.

Exercice 13 - Le champ et sa clôture

Un champ rectangulaire a pour largeur ℓ mètres et pour longueur $\ell + 30$ mètres.

- a) Exprimer le périmètre en fonction de ℓ .
- b) Calculer le périmètre pour $\ell = 45$ m.
- c) Le fermier dispose de 300 m de clôture. Quelle largeur peut-il clôturer ?



Champ rectangulaire de largeur l et de longueur $l + 30$

Exercice 14 - Toujours positif ?

On pose $G = x^2 + 1$.

- a) Calculer G pour $x = 0$, $x = 3$ et $x = -5$.
- b) G peut-il être nul ? Justifier.
- c) Quelle est la plus petite valeur que G puisse prendre ?

Exercice 15 - Synthèse : le carré et son voisin

- a) Calculer $5^2 - 4 \times 6$, puis $9^2 - 8 \times 10$, puis $12^2 - 11 \times 13$.
- b) Émettre une conjecture.
- c) Démontrer cette conjecture en appelant n le nombre du milieu.