

Plaquette 1 – Reconnaître l'adjacent, l'opposé et l'hypoténuse

Cosinus d'un angle aigu — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Le vocabulaire. Dans un triangle rectangle, pour un **angle aigu** donné :

- l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit — elle ne change jamais ;
- le côté **adjacent** à l'angle est celui qui **touche** l'angle (sans être l'hypoténuse) ;
- le côté **opposé** à l'angle est celui qui ne le touche pas.

La définition du cosinus. Pour un angle aigu $\hat{A}BC$ d'un triangle rectangle :

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Sur un exemple. Dans le triangle ABC rectangle en A :

Angle regardé	Adjacent	Opposé	Hypoténuse	Cosinus
$\hat{A}BC$	$[AB]$	$[AC]$	$[BC]$	$\cos(\hat{A}BC) = \frac{AB}{BC}$
$\hat{A}CB$	$[AC]$	$[AB]$	$[BC]$	$\cos(\hat{A}CB) = \frac{AC}{BC}$

La méthode en trois gestes.

- repérer l'angle droit : le côté d'en face est l'hypoténuse ;
- placer le doigt sur le sommet de l'angle étudié : les deux côtés qui en partent sont l'hypoténuse et l'adjacent ;
- celui qui reste est l'opposé.

Notation. $\hat{A}BC$ désigne l'angle de sommet B : la lettre du milieu est le sommet.

Le cosinus n'a pas d'unité : c'est un quotient de deux longueurs exprimées dans la même unité.

Correction de l'exercice 1 – Nommer les trois côtés

a) L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit. L'angle droit est en A , donc l'hypoténuse est $[BC]$.

b) L'angle $\hat{A}BC$ a pour sommet B . Les deux côtés qui partent de B sont $[BA]$ et $[BC]$:

- $[BC]$ est l'hypoténuse ;
- l'autre, $[AB]$, est donc le côté **adjacent** à $\hat{A}BC$.

Le côté restant, $[AC]$, est le côté **opposé** à $\hat{A}BC$: il ne touche pas B .

On peut alors écrire :

$$\cos(\hat{A}BC) = \frac{AB}{BC}$$

Réponse. Hypoténuse $[BC]$, adjacent $[AB]$, opposé $[AC]$.

Correction de l'exercice 2 – Le même triangle, l'autre angle

L'angle $\hat{A}CB$ a pour sommet C . Les côtés qui partent de C sont $[CA]$ et $[CB]$:

- $[BC]$ reste l'hypoténuse (elle ne dépend pas de l'angle regardé) ;
- le côté adjacent à $\hat{A}CB$ est donc $[AC]$;
- le côté opposé est $[AB]$.

$$\cos(\hat{A}CB) = \frac{AC}{BC}$$

L'essentiel du chapitre est là. Le côté $[AB]$ était adjacent à $\hat{A}BC$; il est opposé à $\hat{A}CB$. Un côté n'a pas de nom en soi : il en a un **pour un angle donné**.

Réponse. Adjacent $[AC]$, opposé $[AB]$, et $\cos(\hat{A}CB) = \frac{AC}{BC}$.

Correction de l'exercice 3 - Changer les lettres

L'angle droit est en E , donc l'hypoténuse est $[DF]$.

a) L'angle $\hat{D}FE$ a pour sommet F . Les côtés partant de F sont $[FD]$ (l'hypoténuse) et $[FE]$: l'adjacent est $[EF]$.

$$\cos(\hat{D}FE) = \frac{EF}{DF}$$

b) L'angle $\hat{F}DE$ a pour sommet D . Les côtés partant de D sont $[DF]$ (l'hypoténuse) et $[DE]$: l'adjacent est $[DE]$.

$$\cos(\hat{F}DE) = \frac{DE}{DF}$$

Contrôle. Dans les deux quotients, le dénominateur est le même : c'est toujours l'hypoténuse.

Réponse. a) $\frac{EF}{DF}$ — b) $\frac{DE}{DF}$.

Correction de l'exercice 4 - Repérer une erreur

L'angle droit est en H : l'hypoténuse est $[GI]$. Le dénominateur GI est donc correct.

L'angle $\hat{G}IH$ a pour sommet I . Les côtés partant de I sont $[IG]$ (l'hypoténuse) et $[IH]$: l'adjacent est $[HI]$, et non $[GH]$.

L'élève a pris le côté **opposé** à l'angle. L'écriture correcte est :

$$\cos(\hat{G}IH) = \frac{HI}{GI}$$

Comment éviter cette erreur. Le côté adjacent **touche** le sommet de l'angle. Ici $[GH]$ ne touche pas I : il ne peut pas être adjacent à $\hat{G}IH$.

Réponse. Non : $\cos(\hat{G}IH) = \frac{HI}{GI}$.

Correction de l'exercice 5 - Deux écritures à compléter

L'angle droit est en J : l'hypoténuse est $[KL]$, elle sera au dénominateur des deux quotients.

a) Sommet K : les côtés partant de K sont $[KL]$ (hypoténuse) et $[KJ]$. L'adjacent est $[JK]$.

$$\cos(\hat{J}KL) = \frac{JK}{KL}$$

b) Sommet L : les côtés partant de L sont $[LK]$ (hypoténuse) et $[LJ]$. L'adjacent est $[JL]$.

$$\cos(\hat{J}LK) = \frac{JL}{KL}$$

Réponse. a) $\frac{JK}{KL}$ — b) $\frac{JL}{KL}$.

Correction de l'exercice 6 - Le cosinus est-il possible ?

Par définition :

$$\cos(\hat{ABC}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Or l'hypoténuse est **le plus long côté** du triangle rectangle : le côté adjacent est donc plus court qu'elle.

Le numérateur est donc plus petit que le dénominateur, et le quotient est plus petit que 1. Comme les deux longueurs sont positives, le cosinus est aussi positif :

$$— 0 < \cos(\hat{ABC}) < 1$$

Un cosinus de 1,4 est impossible : l'élève a probablement inversé le quotient ou mélangé adjacent et hypoténuse.

À retenir. Un cosinus d'angle aigu est **toujours compris entre 0 et 1**. C'est le premier contrôle à faire après chaque calcul.

Réponse. Impossible : le cosinus d'un angle aigu est toujours strictement compris entre 0 et 1.

Correction de l'exercice 7 - Dans un rectangle

a) La diagonale $[AC]$ partage le rectangle en deux triangles. L'angle $\hat{BAC}$ appartient au triangle ABC , qui est **rectangle en B** puisque $\hat{ABC}$ est un angle du rectangle.

b) Dans ce triangle, l'hypoténuse est $[AC]$ (opposée à l'angle droit en B). L'angle $\hat{BAC}$ a pour sommet A : les côtés partant de A sont $[AC]$ (hypoténuse) et $[AB]$, donc l'adjacent est $[AB]$.

$$\cos(\hat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$$

Remarque utile pour la suite. Dans un rectangle, la diagonale et les côtés fabriquent toujours deux triangles rectangles : c'est là qu'on applique le cosinus.

Réponse. a) ABC , rectangle en B — b) $\cos(\hat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$.

Correction de l'exercice 8 - Quel angle pour ce quotient ?

L'angle droit est en M , donc l'hypoténuse est $[NP]$. Le dénominateur NP est bien l'hypoténuse : le quotient peut être un cosinus.

Le numérateur est MP . Il faut donc trouver l'angle pour lequel $[MP]$ est le côté **adjacent**, c'est-à-dire un angle dont le sommet est une extrémité de $[MP]$ et qui n'est pas l'angle droit.

— Le sommet M porte l'angle droit : ce n'est pas lui.

— Reste le sommet P .

$$\frac{MP}{NP} = \cos(\hat{MPN})$$

Vérification. Pour l'angle de sommet P , les côtés partant de P sont $[PN]$ (hypoténuse) et $[PM]$: l'adjacent est bien $[MP]$ ✓

Réponse. C'est $\cos(\hat{MPN})$, l'angle de sommet P .

Correction de l'exercice 9 - Vrai ou faux

- a) **Faux.** L'hypoténuse touche bien les deux angles aigus, mais par convention elle n'est jamais appelée « côté adjacent » : le côté adjacent est celui qui touche l'angle **sans** être l'hypoténuse.
- b) **Faux.** $\cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, et l'adjacent est strictement plus court que l'hypoténuse : le quotient est strictement inférieur à 1.
- c) **Faux.** Le côté opposé à un angle **aigu** est un côté de l'angle droit. C'est le côté opposé à l'**angle droit** qui est l'hypoténuse.
- d) **Faux.** C'est un quotient de deux longueurs de même unité : les unités se simplifient, le cosinus est un nombre sans unité.

Réponse. a) faux — b) faux — c) faux — d) faux.

Correction de l'exercice 10 - Deux triangles, un côté commun

a) Dans le triangle ABH , l'angle droit est en H : l'hypoténuse est $[AB]$. L'angle $\widehat{ABH}$ a pour sommet B ; les côtés partant de B sont $[BA]$ (hypoténuse) et $[BH]$, donc l'adjacent est $[BH]$.

$$\cos(\widehat{ABH}) = \frac{BH}{AB}$$

b) Dans le triangle ACH , l'angle droit est aussi en H : l'hypoténuse est $[AC]$. L'angle $\widehat{ACH}$ a pour sommet C ; l'adjacent est $[HC]$.

$$\cos(\widehat{ACH}) = \frac{HC}{AC}$$

Attention. Le triangle ABC n'est pas rectangle : on ne peut écrire aucun cosinus dedans. Il faut toujours travailler dans un triangle dont on **sait** qu'il a un angle droit.

Réponse. a) $\frac{BH}{AB}$ — b) $\frac{HC}{AC}$.

Correction de l'exercice 11 - Lire une figure codée

Lecture de la figure. Le petit carré en S indique que le triangle RST est rectangle en S : l'hypoténuse est $[RT]$, qui mesure 7,2 cm — c'est bien la plus grande longueur codée.

L'angle marqué $\widehat{SRT}$ a pour sommet R . Les côtés partant de R sont $[RT]$ (hypoténuse) et $[RS]$: l'adjacent est $[RS]$, qui mesure 6 cm.

$$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT} = \frac{6}{7,2}$$

Le côté $[ST]$ de 4 cm est le côté **opposé** : il n'intervient pas dans ce cosinus.

Piège de la figure. Une figure porte souvent une donnée inutile pour la question posée : la repérer fait gagner du temps et évite les erreurs.

Réponse. $\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT} = \frac{6}{7,2}$.

Correction de l'exercice 12 - Écrire avant de calculer

L'angle droit est en V : l'hypoténuse est $[UW]$, et c'est une des deux longueurs connues.

L'angle $\widehat{VUW}$ a pour sommet U ; les côtés partant de U sont $[UW]$ (hypoténuse) et $[UV]$: l'adjacent est $[UV]$, l'autre longueur connue.

Les deux données sont donc exactement l'adjacent et l'hypoténuse : c'est le cosinus qu'il

faut utiliser.

$$\cos(\widehat{V\hat{U}W}) = \frac{UV}{UW}$$

Méthode. Avant tout calcul, on regarde **quelles longueurs sont connues** : adjacent et hypoténuse, c'est le cosinus. Si l'on connaissait l'opposé, le cosinus ne suffirait pas en Quatrième.

Réponse. $\cos(\widehat{V\hat{U}W}) = \frac{UV}{UW}$.

Correction de l'exercice 13 - Le cosinus dans un carré

a) Un carré a quatre angles droits. L'angle $\widehat{B\hat{A}C}$ appartient au triangle ABC , rectangle en B .

b) Dans ce triangle, l'hypoténuse est $[AC]$. Pour l'angle de sommet A , l'adjacent est $[AB]$:

$$\cos(\widehat{B\hat{A}C}) = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{AC}$$

On ne peut pas aller plus loin sans connaître AC : il faudrait d'abord la calculer par le théorème de Pythagore, ce qui donnerait $AC^2 = 5^2 + 5^2 = 50$.

Remarque. Dans un carré, la diagonale fait toujours un angle de 45° avec les côtés, quel que soit le côté : ce quotient vaut donc environ 0,71 pour n'importe quel carré.

Réponse. a) ABC , rectangle en B — b) $\cos(\widehat{B\hat{A}C}) = \frac{5}{AC}$.

Correction de l'exercice 14 - Deux angles, deux quotients

L'hypoténuse est $[BC]$, de longueur 10 cm : elle est au dénominateur des deux cosinus.

Pour l'angle de sommet B , l'adjacent est $[AB]$:

$$\cos(\widehat{A\hat{B}C}) = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10}$$

Pour l'angle de sommet C , l'adjacent est $[AC]$:

$$\cos(\widehat{A\hat{C}B}) = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10}$$

Les deux fractions ont le même dénominateur : la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur, donc $\frac{8}{10} > \frac{6}{10}$.

C'est $\cos(\widehat{A\hat{C}B})$ qui est le plus grand.

Interprétation. Plus un angle aigu est **petit**, plus son cosinus est **grand**. L'angle $\widehat{A\hat{C}B}$ est donc le plus petit des deux.

Réponse. $\frac{6}{10}$ et $\frac{8}{10}$; $\cos(\widehat{A\hat{C}B})$ est le plus grand.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : quatre écritures

Dans chaque cas : l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, l'adjacent est l'autre côté qui touche le sommet de l'angle étudié.

a) Angle droit en $C \Rightarrow$ hypoténuse $[AB]$. Sommet A , adjacent $[AC]$:

$$\cos(\widehat{B\hat{A}C}) = \frac{AC}{AB}$$

b) Angle droit en $D \Rightarrow$ hypoténuse $[EF]$. Sommet F , adjacent $[DF]$:

$$\cos(\widehat{DFE}) = \frac{DF}{EF}$$

c) Angle droit en $I \Rightarrow$ hypoténuse $[GH]$. Sommet H , adjacent $[HI]$:

$$\cos(\widehat{GHI}) = \frac{HI}{GH}$$

d) Angle droit en $L \Rightarrow$ hypoténuse $[KM]$. Sommet M , adjacent $[LM]$:

$$\cos(\widehat{LMK}) = \frac{LM}{KM}$$

Contrôle commun. Dans les quatre quotients, le dénominateur est l'hypoténuse et le numérateur touche le sommet de l'angle.

Réponse. a) $\frac{AC}{AB}$ — b) $\frac{DF}{EF}$ — c) $\frac{HI}{GH}$ — d) $\frac{LM}{KM}$.