

Plaque 2 - Résoudre : les équations de base

Équations du premier degré — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les deux propriétés fondamentales. Une égalité reste vraie si on effectue la même opération sur les deux membres :

$$a = b \Rightarrow a + c = b + c \quad a = b \Rightarrow a - c = b - c$$

$$a = b \Rightarrow a \times c = b \times c \quad a = b \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{c} \quad (c \neq 0)$$

Les trois formes de base.

Équation	Opération à faire	Solution
$x + a = b$	retrancher a	$x = b - a$
$ax = b$	diviser par a	$x = \frac{b}{a}$
$\frac{x}{a} = b$	multiplier par a	$x = ab$

L'équation $ax + b = c$ se résout en deux temps : on retranche b , puis on divise par a .

$$3x + 7 = 22 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

Un coefficient négatif ne change rien à la méthode : on divise quand même par lui.

$$-4x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{-4} = -5$$

La solution n'est pas toujours entière : elle peut être une fraction ou un décimal. On donne alors la valeur exacte, pas un arrondi.

La vérification, à chaque fois : on remplace x par la valeur trouvée dans l'équation de départ et on contrôle que les deux membres coïncident.

Correction de l'exercice 1 - Enlever ce qui s'ajoute

La propriété utilisée.

$$a = b \Rightarrow a - c = b - c$$

a) On retranche 9 aux deux membres : $x = 23 - 9 = 14$. **Vérification :** $14 + 9 = 23$ ✓

b) On ajoute 6 aux deux membres : $x = 11 + 6 = 17$. **Vérification :** $17 - 6 = 11$ ✓

c) On retranche 15 : $x = 4 - 15 = -11$. La solution est négative, ce qui était prévisible puisque $4 < 15$. **Vérification :** $-11 + 15 = 4$ ✓

d) On ajoute 7 : $x = -3 + 7 = 4$. **Vérification :** $4 - 7 = -3$ ✓

Le geste à retenir. On fait l'opération inverse de celle qui gêne : un $+9$ se neutralise par un -9 , un -6 par un $+6$. Et on l'applique **aux deux membres**, jamais à un seul.

Réponse. a) $x = 14$ — b) $x = 17$ — c) $x = -11$ — d) $x = 4$.

Correction de l'exercice 2 - Diviser par le coefficient

La propriété utilisée.

$$a = b \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{c} \quad (c \neq 0)$$

a) On divise par 6 : $x = \frac{42}{6} = 7$. **Vérification** : $6 \times 7 = 42$ ✓

b) On divise par -3 : $x = \frac{21}{-3} = -7$. **Vérification** : $-3 \times (-7) = 21$ ✓

c) On divise par 8 : $x = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2,5$. La solution n'est pas entière — c'est parfaitement normal, et on la donne sous forme irréductible. **Vérification** : $8 \times 2,5 = 20$ ✓

d) On divise par -5 : $x = \frac{-35}{-5} = 7$. Deux signes moins donnent un quotient positif.

Vérification : $-5 \times 7 = -35$ ✓

Le contrôle de signe, avant même de calculer. En b), un coefficient négatif et un second membre positif imposent une solution négative ; en d), deux nombres négatifs donnent une solution positive. Vérifier le signe attendu élimine la moitié des erreurs.

Réponse. a) $x = 7$ — b) $x = -7$ — c) $x = \frac{5}{2}$ — d) $x = 7$.

Correction de l'exercice 3 - Deux étapes

La méthode en deux temps : on enlève d'abord le terme constant, on divise ensuite par le coefficient.

a) On retranche 7 aux deux membres : $3x = 15$, puis on divise par 3 :

$$3x + 7 = 22 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

Vérification : $3 \times 5 + 7 = 22$ ✓

b) On ajoute 4 : $5x = 35$, puis on divise par 5 : $x = 7$. **Vérification** : $5 \times 7 - 4 = 31$ ✓

c) On retranche 13 : $2x = 5 - 13 = -8$, puis on divise par 2 : $x = -4$. **Vérification** : $2 \times (-4) + 13 = -8 + 13 = 5$ ✓

Pourquoi cet ordre. Retrancher la constante d'abord laisse une équation de la forme $ax = b$, déjà connue. L'ordre inverse — diviser d'abord — obligerait à diviser aussi le terme constant, ce qui fait apparaître des fractions inutiles : en a), on obtiendrait $x + \frac{7}{3} = \frac{22}{3}$.

Réponse. a) $x = 5$ — b) $x = 7$ — c) $x = -4$.

Correction de l'exercice 4 - Coefficient négatif

a) On retranche 9 : $-2x = -8$, puis on divise par -2 :

$$x = \frac{-8}{-2} = 4$$

Vérification : $-2 \times 4 + 9 = -8 + 9 = 1$ ✓

b) On retranche 5 : $-x = 7$. Or $-x$ signifie $-1 \times x$, donc on divise par -1 : $x = -7$.

Vérification : $-(-7) + 5 = 7 + 5 = 12$ ✓

c) On retranche 7 : $-3x = 15$, puis on divise par -3 : $x = -5$. **Vérification** : $7 - 3 \times (-5) = 7 + 15 = 22$ ✓

Le piège de b). Trouver $-x = 7$ et conclure $x = 7$ est l'erreur la plus fréquente du chapitre. Il reste une étape : $-x = 7$ signifie que l'opposé de x vaut 7, donc x vaut -7 .

Le contrôle rapide. En c), un coefficient négatif signifie que le membre de gauche **diminue** quand x augmente. Comme $22 > 7$, la solution devait être négative ✓

Réponse. a) $x = 4$ — b) $x = -7$ — c) $x = -5$.

Correction de l'exercice 5 - Quand la solution est une fraction

a) On divise par 4 :

$$x = \frac{9}{4}$$

Cette fraction est irréductible : c'est la valeur exacte, et 2,25 en est l'écriture décimale.

Vérification : $4 \times \frac{9}{4} = 9$ ✓

b) On retranche 1 : $6x = 3$, puis on divise par 6 :

$$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Vérification : $6 \times \frac{1}{2} + 1 = 3 + 1 = 4$ ✓

c) On ajoute 3 : $10x = 5$, puis $x = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. **Vérification :** $10 \times \frac{1}{2} - 3 = 5 - 3 = 2$ ✓

Deux exigences de rédaction. D'abord **simplifier** la fraction obtenue : $\frac{3}{6}$ n'est pas une réponse finie. Ensuite donner la valeur **exacte** : écrire $x \approx 2,25$ en a) serait une perte d'information si la fraction ne tombait pas juste, comme $\frac{1}{3}$.

Réponse. a) $x = \frac{9}{4}$ — b) $x = \frac{1}{2}$ — c) $x = \frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 6 - Avec une division

La propriété utilisée.

$$a = b \Rightarrow a \times c = b \times c$$

a) On multiplie les deux membres par 5 : $x = 35$. **Vérification :** $\frac{35}{5} = 7$ ✓

b) On retranche d'abord 4 : $\frac{x}{3} = 6$, puis on multiplie par 3 : $x = 18$. **Vérification :** $\frac{18}{3} + 4 = 6 + 4 = 10$ ✓

c) On ajoute 6 : $\frac{x}{2} = 5$, puis on multiplie par 2 : $x = 10$. **Vérification :** $\frac{10}{2} - 6 = 5 - 6 = -1$ ✓

L'ordre des étapes, une fois de plus. On traite d'abord ce qui s'ajoute, ensuite ce qui multiplie ou divise. C'est l'inverse de l'ordre des priorités de calcul : pour **défaire** une expression, on commence par la dernière opération effectuée.

Le rapprochement à faire. $\frac{x}{5} = 7$ et $5x = 7$ se ressemblent mais s'opposent : la première se résout en multipliant, la seconde en divisant. La solution vaut 35 dans un cas, $\frac{7}{5}$ dans l'autre.

Réponse. a) $x = 35$ — b) $x = 18$ — c) $x = 10$.

Correction de l'exercice 7 - L'erreur de Maëlle

a) **Test de** $x = 6,6$. Gauche : $5 \times 6,6 + 8 = 33 + 8 = 41$. Droite : 33. Comme $41 \neq 33$, la réponse est fausse.

b) Maëlle a supprimé le +8 du membre de gauche **sans rien faire au membre de droite**. Or la propriété du cours exige de traiter les deux côtés :

$$a = b \Rightarrow a - c = b - c$$

En retranchant 8 à gauche seulement, elle a déséquilibré l'égalité.

c) **La résolution correcte.** On retranche 8 **aux deux membres** :

$$5x + 8 = 33 \Rightarrow 5x = 25 \Rightarrow x = 5$$

Vérification : $5 \times 5 + 8 = 25 + 8 = 33$ ✓

L'image de la balance. Une équation est une balance en équilibre : retirer 8 grammes d'un seul plateau la fait pencher. Pour conserver l'équilibre, on retire 8 grammes **des deux côtés**.

Réponse. a) $41 \neq 33$ — b) elle n'a retranché 8 que d'un côté — c) $x = 5$.

Correction de l'exercice 8 - Remonter un programme de calcul

a) $7 \times 4 = 28$, puis $28 - 9 = 19$.

b) On appelle x le nombre choisi. Le programme donne $4x - 9$, et on veut 23 :

$$4x - 9 = 23 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8$$

Vérification par le programme : $8 \times 4 = 32$, puis $32 - 9 = 23$ ✓

c) Même équation avec un second membre différent :

$$4x - 9 = -1 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

Vérification : $2 \times 4 = 8$, puis $8 - 9 = -1$ ✓

Ce que l'équation permet. La question a) suit le programme dans le sens direct ; les questions b) et c) le remontent. Sans équation, il faudrait tâtonner. Avec elle, on défait les étapes dans l'ordre inverse : d'abord annuler le -9 , puis annuler le $\times 4$.

Réponse. a) 19 — b) $x = 8$ — c) $x = 2$.

Correction de l'exercice 9 - Le carnet de tickets

a) La dépense est $4x + 6$, égale à 62 :

$$4x + 6 = 62 \Rightarrow 4x = 56 \Rightarrow x = 14$$

Vérification : $4 \times 14 + 6 = 56 + 6 = 62$ ✓ Un carnet coûte 14 €.

b) Un carnet de 10 tickets à 14 € donne un prix unitaire de $\frac{14}{10} = 1,40$ € le ticket.

c) Avec 6 carnets : $6 \times 14 + 6 = 84 + 6 = 90$ €.

Le contrôle de vraisemblance. Un ticket à 1,40 € est un tarif réaliste, ce qui conforte la résolution. Une réponse comme 14 € le ticket aurait dû alerter : vérifier qu'un résultat a du sens dans le contexte fait partie de la résolution d'un problème.

Réponse. a) $4x + 6 = 62$, $x = 14$ € — b) 1,40 € le ticket — c) 90 €.

Correction de l'exercice 10 - Le triangle isocèle

a) Le périmètre additionne les trois côtés :

$$2x + 7 = 25 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9$$

Vérification : $2 \times 9 + 7 = 18 + 7 = 25$ ✓

b) Les trois côtés mesurent 9 cm, 9 cm et 7 cm.

c) **L'inégalité triangulaire** exige que le plus grand côté soit inférieur à la somme des

deux autres. Ici le plus grand côté vaut 9 cm, et la somme des deux autres $9 + 7 = 16$ cm. Comme $9 < 16$, le triangle **existe**.

Pourquoi poser la question. Une équation peut livrer une solution géométriquement impossible. Avec une base de 20 cm et le même périmètre, on trouverait $x = 2,5$ cm, et $20 > 2,5 + 2,5$: aucun triangle ne conviendrait. L'algèbre calcule, c'est au lecteur de vérifier que le résultat a un sens.

Réponse. a) $2x + 7 = 25$, $x = 9$ — b) 9, 9 et 7 cm — c) oui, car $9 < 16$.

Correction de l'exercice 11 - Choisir la bonne équation

a) L'ordre de l'énoncé est : multiplier par 3, **puis** augmenter de 12. C'est donc $3x + 12 = 45$.

b) **Résolution :**

$$3x + 12 = 45 \Rightarrow 3x = 33 \Rightarrow x = 11$$

Vérification : $11 \times 3 = 33$, puis $33 + 12 = 45$ ✓

c) $3(x + 12) = 45$ donne $x + 12 = 15$, donc $x = 3$. Elle correspond à : « un nombre augmenté de 12, **puis** multiplié par 3, donne 45 ».

$3x = 45 + 12$ donne $3x = 57$, donc $x = 19$. Elle correspond à : « le triple d'un nombre dépasse 45 de 12 ».

Ce que l'exercice montre. Trois équations, trois solutions différentes — 11, 3 et 19 — pour des phrases qui se ressemblent. La traduction est l'étape décisive d'un problème : une fois l'équation écrite, la résolution est mécanique.

Réponse. a) $3x + 12 = 45$ — b) $x = 11$ — c) les autres donnent $x = 3$ et $x = 19$.

Correction de l'exercice 12 - Solutions décimales

a) On retranche 3 : $2x = 5$, puis on divise par 2 :

$$x = \frac{5}{2} = 2,5$$

Vérification : $2 \times 2,5 + 3 = 5 + 3 = 8$ ✓

b) On divise par 0,5, ce qui revient à multiplier par 2 :

$$x = \frac{7}{0,5} = 14$$

Vérification : $0,5 \times 14 = 7$ ✓

c) On ajoute 2 : $1,2x = 6$, puis on divise par 1,2 :

$$x = \frac{6}{1,2} = 5$$

Vérification : $1,2 \times 5 - 2 = 6 - 2 = 4$ ✓

Le geste utile en b) et c). Diviser par un décimal est plus sûr en multipliant numérateur et dénominateur par 10 : $\frac{6}{1,2} = \frac{60}{12} = 5$. On retrouve une division d'entiers, sans virgule à placer.

Le contrôle de bon sens en b). Diviser par un nombre inférieur à 1 **augmente** : la solution devait dépasser 7 ✓

Réponse. a) $x = 2,5$ — b) $x = 14$ — c) $x = 5$.

Correction de l'exercice 13 - Le rectangle d'aire imposée

a) L'aire d'un rectangle est le produit de ses dimensions :

$$6x = 51 \Rightarrow x = \frac{51}{6} = \frac{17}{2} = 8,5$$

Vérification : $6 \times 8,5 = 51 \text{ cm}^2$ ✓ La longueur vaut 8,5 cm.

b) Le périmètre vaut $2 \times (8,5 + 6) = 2 \times 14,5 = 29 \text{ cm}$.

c) Pour une aire de 60 cm^2 : $6x = 60$, donc $x = 10 \text{ cm}$.

Vérification : $6 \times 10 = 60 \text{ cm}^2$ ✓

La simplification à ne pas oublier. $\frac{51}{6}$ se simplifie par 3 en $\frac{17}{2}$: c'est la forme exacte attendue, dont 8,5 est l'écriture décimale. Ici les deux existent, mais ce ne serait pas le cas pour une aire de 50 cm^2 , où la longueur vaudrait $\frac{25}{3} \text{ cm}$.

Réponse. a) $6x = 51$, $x = 8,5 \text{ cm}$ — b) 29 cm — c) 10 cm .

Correction de l'exercice 14 - Résoudre en une ligne ou en trois

Première équation.

Ligne 1 : $7x - 12 = 30$. On ajoute 12 aux deux membres, pour isoler le terme en x :

$$7x = 42$$

Ligne 2 : on divise les deux membres par 7, coefficient de x :

$$x = 6$$

Vérification : $7 \times 6 - 12 = 42 - 12 = 30$ ✓

Seconde équation.

Ligne 1 : $-6x + 5 = 29$. On retranche 5 aux deux membres :

$$-6x = 24$$

Ligne 2 : on divise par -6 :

$$x = \frac{24}{-6} = -4$$

Vérification : $-6 \times (-4) + 5 = 24 + 5 = 29$ ✓

Ce que la rédaction doit montrer. À chaque ligne, une seule opération, appliquée aux deux membres, et annoncée. C'est ce qui permet au correcteur — et à vous-même en cas d'erreur — de repérer exactement où le calcul dérape.

Réponse. $x = 6$ pour la première, $x = -4$ pour la seconde.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : six équations

a) On divise par 9 : $x = 7$. **Vérification :** $9 \times 7 = 63$ ✓

b) On retranche 17 : $x = 5 - 17 = -12$. **Vérification :** $-12 + 17 = 5$ ✓

c) On ajoute 11 : $4x = 20$, puis on divise par 4 : $x = 5$. **Vérification :** $4 \times 5 - 11 = 9$ ✓

d) On multiplie par 7 : $x = -14$. **Vérification :** $\frac{-14}{7} = -2$ ✓

e) On retranche 3 : $-5x = 15$, puis on divise par -5 :

$$x = \frac{15}{-5} = -3$$

Vérification : $-5 \times (-3) + 3 = 15 + 3 = 18$ ✓

f) On retranche 1 : $8x = 2$, puis on divise par 8 :

$$x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Vérification : $8 \times \frac{1}{4} + 1 = 2 + 1 = 3 \checkmark$

Le bilan de la plaquette. Six équations, une seule méthode : enlever ce qui s'ajoute, diviser par ce qui multiplie, vérifier. Les solutions peuvent être entières, négatives ou fractionnaires — la méthode ne change pas.

Réponse. a) 7 — b) -12 — c) 5 — d) -14 — e) -3 — f) $\frac{1}{4}$.