

Plaquette 4 – Parenthèses et fractions

Équations du premier degré — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Développer d'abord.

$$k(a + b) = ka + kb \quad -k(a - b) = -ka + kb$$

Un signe moins devant une parenthèse change **tous** les signes à l'intérieur.

Chasser les dénominateurs. On multiplie les deux membres par un multiple commun aux dénominateurs — chaque terme, sans exception :

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7 \Rightarrow 12 \times \frac{x}{3} + 12 \times \frac{x}{4} = 12 \times 7 \Rightarrow 4x + 3x = 84$$

Une égalité de deux quotients se traite par les produits en croix :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivaut à } a \times d = b \times c \quad (b \neq 0, d \neq 0)$$

Des coefficients décimaux ? On multiplie tout par 10, 100... pour revenir à des entiers.

$$0,3x + 1,2 = 2,7 \Rightarrow 3x + 12 = 27$$

L'ordre de travail.

Étape	Geste
1	développer les parenthèses
2	chasser les dénominateurs et les décimaux
3	réduire chaque membre
4	regrouper, puis diviser
5	vérifier dans l'équation de départ

La vérification se fait sur l'équation d'origine, parenthèses et fractions comprises : c'est le seul moyen de détecter une erreur de développement.

Correction de l'exercice 1 - Une parenthèse à développer

La règle du cours.

$$k(a + b) = ka + kb$$

a) On développe : $3x + 15 = 27$, donc $3x = 12$ et $x = 4$.

Vérification : $3 \times (4 + 5) = 3 \times 9 = 27 \checkmark$

b) On développe : $8x - 4 = 20$, donc $8x = 24$ et $x = 3$.

Vérification : $4 \times (6 - 1) = 4 \times 5 = 20 \checkmark$

c) On développe : $5x - 15 = -10$, donc $5x = 5$ et $x = 1$.

Vérification : $5 \times (1 - 3) = 5 \times (-2) = -10 \checkmark$

Une seconde méthode, souvent plus rapide. Comme le membre de gauche est un produit, on peut diviser directement les deux membres par le facteur :

$$3(x + 5) = 27 \Rightarrow x + 5 = 9 \Rightarrow x = 4$$

Elle est commode quand le second membre est divisible par le facteur, ce qui est le cas des trois équations ici.

Réponse. a) $x = 4$ — b) $x = 3$ — c) $x = 1$.

Correction de l'exercice 2 - Des parenthèses des deux côtés

La méthode. On développe les deux membres, puis on regroupe.

a) $2x + 8 = 3x - 3$. On retranche $2x$: $8 = x - 3$, donc $x = 11$.

Vérification : gauche $2 \times 15 = 30$, droite $3 \times 10 = 30$ ✓

b) $10x - 15 = 4x + 12$. On retranche $4x$: $6x - 15 = 12$, donc $6x = 27$ et

$$x = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$$

Vérification : gauche $5 \times (9 - 3) = 30$, droite $4 \times \left(\frac{9}{2} + 3\right) = 4 \times \frac{15}{2} = 30$ ✓

c) $3x + 6 = 4x - 2$. On retranche $3x$: $6 = x - 2$, donc $x = 8$.

Vérification : gauche $3 \times 10 = 30$, droite $2 \times 15 = 30$ ✓

Le point de méthode. On ne peut plus diviser directement par un facteur, puisque les deux membres sont des produits différents : le développement est obligatoire. Et il faut le faire **entièrement** avant de regrouper.

Réponse. a) $x = 11$ — b) $x = \frac{9}{2}$ — c) $x = 8$.

Correction de l'exercice 3 - Un signe moins devant la parenthèse

La règle décisive.

$$A - (B + C) = A - B - C \quad A - (B - C) = A - B + C$$

a) $5x - 2x - 3 = 9$, soit $3x - 3 = 9$, donc $3x = 12$ et $x = 4$.

Vérification : $20 - (8 + 3) = 20 - 11 = 9$ ✓

b) $12 - x + 4 = 3x$, soit $16 - x = 3x$. On ajoute x : $16 = 4x$, donc $x = 4$.

Vérification : $12 - (4 - 4) = 12 - 0 = 12$, et $3 \times 4 = 12$ ✓

c) $2x + 2 - 3x + 6 = 5$, soit $-x + 8 = 5$, donc $-x = -3$ et $x = 3$.

Vérification : $2 \times 4 - 3 \times 1 = 8 - 3 = 5$ ✓

L'erreur type, en c). Développer $-3(x - 2)$ en $-3x - 6$ au lieu de $-3x + 6$. Le test numérique la révèle aussitôt : on trouverait $-x - 4 = 5$, donc $x = -9$, et la vérification donnerait $2 \times (-8) - 3 \times (-11) = -16 + 33 = 17 \neq 5$.

Réponse. a) $x = 4$ — b) $x = 4$ — c) $x = 3$.

Correction de l'exercice 4 - Un dénominateur

a) On retranche 3 : $\frac{x}{4} = 5$, puis on multiplie par 4 : $x = 20$.

Vérification : $\frac{20}{4} + 3 = 5 + 3 = 8$ ✓

b) On multiplie les deux membres par 5 : $2x = 30$, donc $x = 15$.

Vérification : $\frac{2 \times 15}{5} = \frac{30}{5} = 6$ ✓

c) La barre de fraction joue le rôle d'une parenthèse : c'est **tout** le numérateur qui est

divisé par 2. On multiplie les deux membres par 2 :

$$x + 3 = 14 \Rightarrow x = 11$$

Vérification : $\frac{11+3}{2} = \frac{14}{2} = 7 \checkmark$

Le piège de c). Écrire $\frac{x}{2} + 3 = 7$ serait une autre équation, de solution $x = 8$. La barre de fraction encadre tout ce qui est écrit au-dessus : $\frac{x+3}{2}$ signifie $(x+3) \div 2$.

Réponse. a) $x = 20$ — b) $x = 15$ — c) $x = 11$.

Correction de l'exercice 5 - Chasser deux dénominateurs

La méthode. On multiplie **chaque terme** des deux membres par un multiple commun aux dénominateurs.

a) Multiple commun à 3 et 4 : 12.

$$12 \times \frac{x}{3} + 12 \times \frac{x}{4} = 12 \times 7 \quad \text{soit} \quad 4x + 3x = 84$$

Donc $7x = 84$ et $x = 12$. **Vérification :** $4 + 3 = 7 \checkmark$

b) Multiple commun à 2 et 5 : 10. On obtient $5x - 2x = 30$, soit $3x = 30$ et $x = 10$.

Vérification : $5 - 2 = 3 \checkmark$

c) Multiple commun à 3 et 2 : 6. On obtient $4x + 6 = 3x$, donc $x = -6$.

Vérification : $\frac{-12}{3} + 1 = -4 + 1 = -3$, et $\frac{-6}{2} = -3 \checkmark$

L'erreur à ne pas commettre. Oublier de multiplier le terme **sans** fraction : en c), le +1 doit devenir +6. C'est le terme qu'on saute le plus souvent, parce qu'il n'a pas de dénominateur visible — mais son dénominateur est 1.

Réponse. a) $x = 12$ — b) $x = 10$ — c) $x = -6$.

Correction de l'exercice 6 - Produits en croix

La règle du cours.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{équivalent à} \quad a \times d = b \times c$$

a) $4x = 60$, donc $x = 15$. **Vérification :** $\frac{15}{6} = 2,5$ et $\frac{10}{4} = 2,5 \checkmark$

b) $3 \times 20 = 12x$, soit $60 = 12x$, donc $x = 5$. **Vérification :** $\frac{3}{5} = 0,6$ et $\frac{12}{20} = 0,6 \checkmark$

c) $7(x+1) = 5 \times 2x$, soit $7x + 7 = 10x$. On retranche $7x : 7 = 3x$, donc

$$x = \frac{7}{3}$$

Vérification : gauche $\frac{\frac{7}{3} + 1}{5} = \frac{\frac{10}{3}}{5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$; droite $\frac{2 \times \frac{7}{3}}{7} = \frac{\frac{14}{3}}{7} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} \checkmark$

La précaution en b). L'inconnue est au dénominateur : la valeur $x = 0$ serait interdite, puisqu'on ne divise pas par zéro. Ici la solution vaut 5, donc tout va bien — mais il faut y penser.

Réponse. a) $x = 15$ — b) $x = 5$ — c) $x = \frac{7}{3}$.

Correction de l'exercice 7 - L'erreur de Nina

a) **Test de $x = 2$.** Gauche : $\frac{2}{2} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$. Droite : 10. Comme $\frac{5}{3} \neq 10$, la réponse est fausse.

b) Nina a bien multiplié les deux fractions par 6, mais **pas le second membre**. Or la propriété du cours impose de multiplier les deux membres :

$$a = b \Rightarrow a \times c = b \times c$$

Le 10 devait devenir 60.

c) **La résolution correcte.** On multiplie chaque terme par 6 :

$$3x + 2x = 60 \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 12$$

Vérification : $\frac{12}{2} + \frac{12}{3} = 6 + 4 = 10 \checkmark$

Le contrôle d'ordre de grandeur. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$ vaut à peu près $0,83x$: pour atteindre 10, il fallait x proche de 12. Une solution de 2 était manifestement trop petite, et ce contrôle de tête aurait suffi à alerter Nina.

Réponse. a) $\frac{5}{3} \neq 10$ — b) elle n'a pas multiplié le second membre — c) $x = 12$.

Correction de l'exercice 8 - Des coefficients décimaux

La méthode. On multiplie les deux membres par une puissance de 10 pour revenir à des entiers.

a) On multiplie par 10 : $3x + 12 = 27$, donc $3x = 15$ et $x = 5$.

Vérification : $0,3 \times 5 + 1,2 = 1,5 + 1,2 = 2,7 \checkmark$

b) On multiplie par 10 : $15x - 20 = 5x + 30$. On retranche $5x$: $10x - 20 = 30$, donc $10x = 50$ et $x = 5$.

Vérification : gauche $7,5 - 2 = 5,5$, droite $2,5 + 3 = 5,5 \checkmark$

c) On multiplie par 100 : $25x = 150$, donc

$$x = \frac{150}{25} = 6$$

Vérification : $0,25 \times 6 = 1,5 \checkmark$

Pourquoi c'est utile. Les calculs sur les décimaux multiplient les erreurs de virgule ; ceux sur les entiers non. La multiplication par 10 ou 100 ne change pas les solutions, puisqu'on applique la même opération aux deux membres.

Réponse. a) $x = 5$ — b) $x = 5$ — c) $x = 6$.

Correction de l'exercice 9 - Les deux tiers d'un nombre

a) On traduit : $\frac{2}{3}x = 18$. On multiplie par 3 : $2x = 54$, donc $x = 27$.

Vérification : $\frac{2}{3} \times 27 = 18 \checkmark$

b) L'équation est $\frac{3}{5}x + 7 = 34$. On retranche 7 : $\frac{3}{5}x = 27$, puis on multiplie par 5 : $3x = 135$, donc $x = 45$.

Vérification : $\frac{3}{5} \times 45 + 7 = 27 + 7 = 34 \checkmark$

c) « Un nombre diminué de son quart » s'écrit $x - \frac{x}{4}$, c'est-à-dire

$$\frac{4x}{4} - \frac{x}{4} = \frac{3x}{4}$$

L'équation $\frac{3x}{4} = 27$ donne $3x = 108$, donc $x = 36$.

Vérification : $36 - 9 = 27 \checkmark$

Le geste clé de c). Avant de résoudre, on réduit le membre de gauche : $x - \frac{x}{4}$ n'est pas $\frac{x}{4}$, mais les trois quarts du nombre. Sauter cette réduction est l'erreur la plus fréquente sur ce type d'énoncé.

Réponse. a) 27 — b) 45 — c) 36.

Correction de l'exercice 10 - Parenthèses et fractions mêlées

a) On multiplie les deux membres par 4 : $3(x - 1) = 24$, donc $x - 1 = 8$ et $x = 9$.

Vérification : $\frac{3 \times 8}{4} = \frac{24}{4} = 6 \checkmark$

b) **Produits en croix :**

$$2(x + 2) = 3(x - 1)$$

On développe : $2x + 4 = 3x - 3$, donc $x = 7$.

Vérification : gauche $\frac{9}{3} = 3$, droite $\frac{6}{2} = 3 \checkmark$

c) On multiplie chaque terme par 5 : $2x - 1 + 5 = 5x$, soit $2x + 4 = 5x$. On retranche $2x$: $4 = 3x$, donc

$$x = \frac{4}{3}$$

Vérification : $\frac{2 \times \frac{4}{3} - 1}{5} + 1 = \frac{\frac{8}{3} - \frac{3}{3}}{5} + 1 = \frac{\frac{5}{3}}{5} + 1 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} \checkmark$

Le rappel de c). Le terme $+1$ doit lui aussi être multiplié par 5 : c'est le terme sans dénominateur, celui qu'on oublie.

Réponse. a) $x = 9$ — b) $x = 7$ — c) $x = \frac{4}{3}$.

Correction de l'exercice 11 - Le partage du gâteau

a) Ce qui reste est la masse totale diminuée des deux parts :

$$m - \frac{m}{4} - \frac{m}{3} = 250$$

b) On multiplie chaque terme par 12, multiple commun à 4 et 3 :

$$12m - 3m - 4m = 3000 \quad \text{soit} \quad 5m = 3000$$

Donc $m = 600$ g.

Vérification : $600 - 150 - 200 = 250$ g $\checkmark$

c) Le premier a pris $\frac{600}{4} = 150$ g, le second $\frac{600}{3} = 200$ g.

La lecture en fractions. Les deux convives ont pris $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$ du gâteau ; il reste donc $\frac{5}{12}$, ce qui correspond aux 250 g. On retrouve $m = 250 \times \frac{12}{5} = 600$ g — un second chemin qui confirme le premier.

Réponse. a) $m - \frac{m}{4} - \frac{m}{3} = 250$ — b) $m = 600$ g — c) 150 g et 200 g.

Correction de l'exercice 12 - Le rectangle et la parenthèse

a) **Périmètre initial** : $P_1 = 2(x + (x + 9)) = 2(2x + 9) = 4x + 18$.

Après doublement de la largeur : la largeur devient $2x$, donc

$$P_2 = 2(2x + (x + 9)) = 2(3x + 9) = 6x + 18$$

b) L'énoncé impose $P_2 = P_1 + 16$:

$$6x + 18 = 4x + 18 + 16$$

On retranche $4x$ et 18 : $2x = 16$, donc $x = 8$.

c) Le rectangle initial mesure 8 cm sur 17 cm.

Vérification : $P_1 = 2 \times 25 = 50$ cm ; après doublement, 16 cm sur 17 cm donne $P_2 = 2 \times 33 = 66$ cm, soit 16 cm de plus ✓

La remarque qui simplifie tout. $P_2 - P_1 = 2x$: doubler la largeur ajoute deux fois la largeur au périmètre. L'équation se réduit donc à $2x = 16$, qu'on peut écrire directement en ayant compris la situation.

Réponse. a) $4x + 18$ et $6x + 18$ — b) $x = 8$ — c) 8 cm sur 17 cm.

Correction de l'exercice 13 - Trois parenthèses

Développement, terme par terme.

$$- 4(x - 2) = 4x - 8 ;$$

$$- 3(x + 1) = -3x - 3 ;$$

$$- 2(x - 5) = 2x - 10.$$

L'équation devient

$$4x - 8 - 3x - 3 = 2x - 10$$

Réduction du membre de gauche. Termes en x : $4x - 3x = x$. Constantes : $-8 - 3 = -11$. D'où

$$x - 11 = 2x - 10$$

Regroupement. On retranche x : $-11 = x - 10$, puis on ajoute 10 : $x = -1$.

Vérification dans l'équation de départ. Gauche : $4 \times (-3) - 3 \times 0 = -12 - 0 = -12$. Droite : $2 \times (-6) = -12$ ✓

Les deux pièges de cet exercice. Le signe de $-3(x + 1)$, qui donne $-3x - 3$ et non $-3x + 3$; et le fait que $x + 1$ vaut 0 pour la solution trouvée, ce qui rend la vérification particulièrement rapide — mais seulement si on a bien développé.

Réponse. $x = -1$.

Correction de l'exercice 14 - La bonne opération d'abord

a) **En multipliant par 5 d'abord.**

$$2(x + 3) = 20 \Rightarrow x + 3 = 10 \Rightarrow x = 7$$

Trois lignes, aucun calcul pénible.

b) **En développant d'abord.** Le numérateur vaut $2x + 6$, donc l'équation s'écrit $\frac{2x+6}{5} = 4$. On multiplie par 5 : $2x + 6 = 20$, donc $2x = 14$ et $x = 7$.

Vérification : $\frac{2 \times 10}{5} = \frac{20}{5} = 4$ ✓

c) Les deux chemins donnent la même solution, mais le premier est plus court : en

gardant la forme factorisée, on peut diviser successivement par 5 puis par 2, sans jamais développer.

La règle pratique. Quand un membre est un **produit** et l'autre un nombre, on divise plutôt que de développer. Le développement ne s'impose que lorsque les deux membres contiennent l'inconnue.

Réponse. $x = 7$ par les deux chemins ; diviser sans développer est plus court.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : cinq équations

a) On développe : $6x - 12 = 2x + 12$. On retranche $2x$: $4x = 24$, donc $x = 6$. **Vérification :** $6 \times 4 = 24$ et $2 \times 12 = 24$ ✓

b) On multiplie chaque terme par 10 : $2x + 5x = 140$, soit $7x = 140$ et $x = 20$.

Vérification : $4 + 10 = 14$ ✓

c) On supprime la parenthèse : $3x - x + 4 = 10$, soit $2x + 4 = 10$, donc $2x = 6$ et $x = 3$.

Vérification : $9 - (-1) = 9 + 1 = 10$ ✓

d) **Produits en croix :** $7(x - 1) = 4(x + 5)$, soit $7x - 7 = 4x + 20$. On retranche $4x$: $3x = 27$, donc $x = 9$.

Vérification : $\frac{8}{4} = 2$ et $\frac{14}{7} = 2$ ✓

e) On multiplie par 10 : $4x + 10 = x + 40$. On retranche x : $3x = 30$, donc $x = 10$.

Vérification : $4 + 1 = 5$ et $1 + 4 = 5$ ✓

Le bilan de la plaquette. Parenthèses, fractions, décimaux : trois habillages d'une même équation. Une fois la première étape faite — développer, multiplier par le dénominateur commun, multiplier par 10 — on retombe toujours sur la méthode de la plaquette 3.

Réponse. a) 6 — b) 20 — c) 3 — d) 9 — e) 10.