

Plaquette 5 – Problèmes : mettre en équation

Équations du premier degré — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

La méthode en cinq étapes.

Étape	Ce qu'on écrit
1	« Soit x le/la ... » — l'inconnue, avec son unité
2	les autres grandeurs en fonction de x
3	l'équation traduisant la condition de l'énoncé
4	la résolution
5	la réponse en phrase, vérifiée sur l'énoncé

Bien choisir l'inconnue. Si une grandeur est « 3 fois l'autre », on prend la **petite** pour inconnue : l'autre s'écrit $3x$, sans fraction.

Traductions fréquentes.

Formulation	Écriture
a de plus que x	$x + a$
a fois plus que x	ax
le double de x , augmenté de b	$2x + b$
x augmenté de b , puis doublé	$2(x + b)$
les $\frac{a}{b}$ de x	$\frac{a}{b}x$

Formules utiles. Périmètre du rectangle $2(L + \ell)$, aire $L \times \ell$, aire du triangle $\frac{b \times h}{2}$, somme des angles d'un triangle 180° .

$$2(L + \ell) = 2L + 2\ell \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Le double contrôle final. La solution vérifie l'équation, **et** elle a un sens dans l'énoncé : longueur positive, nombre de personnes entier, âge plausible.

Correction de l'exercice 1 – Le nombre mystérieux

a) **Soit x le nombre cherché.** Son triple diminué de 7 s'écrit $3x - 7$; le nombre augmenté de 9 s'écrit $x + 9$. L'équation est

$$3x - 7 = x + 9$$

b) On retranche x aux deux membres : $2x - 7 = 9$, puis on ajoute 7 : $2x = 16$, donc $x = 8$.

c) **Vérification sur l'énoncé.** Le triple de 8 est 24, diminué de 7 cela fait 17. Et 8 augmenté de 9 fait 17 ✓

Réponse. Le nombre cherché est 8.

La rédaction attendue. Une phrase d'introduction (« soit x ... »), l'équation, la résolution, une phrase de conclusion. Répondre simplement « $x = 8$ » perd les points de mise en équation, qui sont l'essentiel du barème sur ce type de question.

Réponse. $3x - 7 = x + 9$, donc $x = 8$.

Correction de l'exercice 2 - Les billes de Sacha

a) **Soit x le nombre de billes de Lucie.** Sacha en a $3x$. Le total vaut 52 :

$$x + 3x = 52 \quad \text{soit} \quad 4x = 52$$

b) On divise par 4 : $x = 13$. Lucie a 13 billes et Sacha $3 \times 13 = 39$ billes.

Vérification : $13 + 39 = 52$ ✓ et $39 = 3 \times 13$ ✓

c) Avec un total de 50 : $4x = 50$, donc $x = 12,5$. Un nombre de billes ne peut pas être décimal : **le problème n'aurait pas de solution.**

Le choix de l'inconnue. En prenant Lucie (la plus petite quantité), Sacha s'écrit $3x$. En prenant Sacha, Lucie s'écrit $\frac{x}{3}$ et l'équation $x + \frac{x}{3} = 52$ demanderait de chasser un dénominateur. Même solution, plus de travail.

Le contrôle de vraisemblance. La question c) rappelle qu'une solution algébrique peut être rejetée par le contexte — ici parce qu'on compte des objets.

Réponse. a) $x + 3x = 52$ — b) Lucie 13, Sacha 39 — c) $x = 12,5$, impossible.

Correction de l'exercice 3 - Les âges de la famille

a) **Soit x l'âge de la fille aujourd'hui**, en années. La mère a $x + 34$ ans.

Dans 10 ans : la fille aura $x + 10$ ans, la mère $x + 44$ ans. La condition s'écrit

$$x + 44 = 3(x + 10)$$

b) On développe : $x + 44 = 3x + 30$. On retranche x : $44 = 2x + 30$, puis on retranche 30 : $14 = 2x$, donc $x = 7$.

La fille a 7 ans, sa mère $7 + 34 = 41$ ans.

Vérification sur l'énoncé. L'écart est bien de 34 ans. Dans 10 ans, la fille aura 17 ans et la mère 51 ans, et $51 = 3 \times 17$ ✓

La parenthèse est indispensable. C'est l'âge **entier** de la fille dans 10 ans qui est triplé. Écrire $x + 44 = 3x + 10$ donnerait $x = 17$, et la vérification échouerait : à 17 ans, la fille aurait une mère de 51 ans, qui dans 10 ans aurait 61 ans, soit moins du triple de 27.

Réponse. a) $x + 44 = 3(x + 10)$ — b) la fille 7 ans, la mère 41 ans.

Correction de l'exercice 4 - Le rectangle du jardin

a) **Soit x la largeur du jardin**, en mètres. La longueur vaut $x + 12$. Le périmètre s'écrit

$$P = 2(x + (x + 12)) = 2(2x + 12) = 4x + 24$$

L'équation est donc $4x + 24 = 96$.

b) On retranche 24 : $4x = 72$, donc $x = 18$. La largeur vaut 18 m et la longueur $18 + 12 = 30$ m.

Vérification : $2 \times (18 + 30) = 2 \times 48 = 96$ m ✓

c) L'aire vaut $18 \times 30 = 540$ m².

Le contrôle d'ordre de grandeur. Un périmètre de 96 m correspond à une demi-somme des dimensions de 48 m, réparties en 18 et 30 : cohérent avec un écart de 12 m ✓

Un raccourci utile. $L + l = 48$ et $L - l = 12$: la largeur est la demi-différence, $\frac{48 - 12}{2} = 18$. L'équation formalise ce raisonnement.

Réponse. a) $4x + 24 = 96$ — b) 18 m sur 30 m — c) 540 m².

Correction de l'exercice 5 - Les angles du triangle

a) **Soit x la mesure du premier angle**, en degrés. Le deuxième vaut $x + 20$, le troisième $2x$. La somme des angles d'un triangle vaut 180° :

$$x + (x + 20) + 2x = 180$$

b) On réduit : $4x + 20 = 180$, donc $4x = 160$ et $x = 40$.

Les trois angles mesurent 40° , $40 + 20 = 60^\circ$ et $2 \times 40 = 80^\circ$.

Vérification : $40 + 60 + 80 = 180$ ✓

c) **Non**. Aucun angle ne mesure 90° : le triangle n'est pas rectangle. Il a trois angles aigus, c'est donc un triangle **acutangle**.

La propriété mobilisée.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

C'est elle qui fournit l'équation : sans cette relation, les trois expressions en x ne seraient reliées par rien, et le problème n'aurait pas de solution unique.

Réponse. a) $4x + 20 = 180$ — b) 40° , 60° et 80° — c) non, il est acutangle.

Correction de l'exercice 6 - Les deux loueurs de vélos

a) **Loueur A** : $P_A = 5 + 4t$. **Loueur B** : $P_B = 15 + 2t$.

b) On résout $P_A = P_B$:

$$5 + 4t = 15 + 2t$$

On retranche $2t$: $5 + 2t = 15$, puis on retranche 5 : $2t = 10$, donc $t = 5$.

Vérification : $P_A = 5 + 20 = 25$ € et $P_B = 15 + 10 = 25$ € ✓ Les deux loueurs coûtent 25 € pour 5 heures.

c) Pour $t = 8$: $P_A = 5 + 32 = 37$ € et $P_B = 15 + 16 = 31$ €. **Le loueur B est plus avantageux.**

La lecture générale. L'écart vaut $P_A - P_B = 2t - 10$: négatif avant 5 heures (A gagne), nul à 5 heures, positif après (B gagne). Le dossier plus cher de B est compensé par son tarif horaire plus faible dès la cinquième heure.

Le sens du point d'équilibre. Il ne dit pas quel loueur est « le meilleur » : il sépare les deux régimes, et c'est au client de savoir combien de temps il loue.

Réponse. a) $5 + 4t$ et $15 + 2t$ — b) 5 heures, pour 25 € — c) le loueur B.

Correction de l'exercice 7 - Le partage de la somme

a) **Soit x la part de la première personne**, en euros. La deuxième reçoit $x + 20$, la troisième $2x$. Le total vaut 180 € :

$$x + (x + 20) + 2x = 180$$

b) On réduit : $4x + 20 = 180$, donc $4x = 160$ et $x = 40$.

Les parts sont 40 €, $40 + 20 = 60$ € et $2 \times 40 = 80$ €.

Vérification : $40 + 60 + 80 = 180$ € ✓ La deuxième reçoit bien 20 € de plus que la première, et la troisième le double ✓

La structure commune avec l'exercice des angles. L'équation est exactement la même — $4x + 20 = 180$ — parce que les relations entre les trois grandeurs sont identiques. Seul le contexte change : des degrés d'un côté, des euros de l'autre.

Ce que cela apprend. Deux problèmes qui n'ont rien à voir peuvent conduire à la même équation : c'est justement ce qui fait la puissance de la mise en équation.

Réponse. a) $4x + 20 = 180$ — b) 40 €, 60 € et 80 €.

Correction de l'exercice 8 - Trois entiers consécutifs

a) **Soit n le plus petit des trois entiers.** Les deux suivants sont $n + 1$ et $n + 2$:

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 132$$

b) On réduit : $3n + 3 = 132$, donc $3n = 129$ et $n = 43$. Les trois entiers sont 43, 44 et 45.

Vérification : $43 + 44 + 45 = 132$ ✓

c) **En appelant n celui du milieu,** les trois entiers sont $n - 1$, n et $n + 1$:

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 3n = 132$$

donc $n = 44$ directement — les termes -1 et $+1$ se compensent.

Ce que la comparaison montre. La seconde méthode évite une étape : la somme de trois entiers consécutifs vaut trois fois celui du milieu. Bien choisir l'inconnue ne change jamais le résultat, mais peut diviser par deux la longueur du calcul.

Réponse. b) 43, 44 et 45 — c) prendre le nombre du milieu donne $3n = 132$ en une ligne.

Correction de l'exercice 9 - Le bassin qui se remplit

a) Le volume augmente de 25 L par minute à partir de 400 L :

$$V = 400 + 25t$$

b) Le bassin est plein quand $V = 1500$:

$$400 + 25t = 1500 \Rightarrow 25t = 1100 \Rightarrow t = 44$$

Il est plein au bout de 44 minutes.

Vérification : $400 + 25 \times 44 = 400 + 1100 = 1500$ L ✓

c) On résout $400 + 25t = 1000$: $25t = 600$, donc $t = 24$ minutes.

Vérification : $400 + 600 = 1000$ L ✓

Le contrôle de cohérence. 1000 L est atteint avant 1500 L, donc 24 min doit être inférieur à 44 min ✓ Ce type de contrôle repère immédiatement une inversion de calcul.

Le domaine de validité. La formule ne vaut que pour t compris entre 0 et 44 minutes : au-delà, le bassin déborde et le volume cesse d'augmenter.

Réponse. a) $V = 400 + 25t$ — b) 44 min — c) 24 min.

Correction de l'exercice 10 - La moyenne visée

a) La moyenne est la somme divisée par l'effectif :

$$\frac{12 + 9 + 14 + 11}{4} = \frac{46}{4} = 11,5$$

b) **Soit x la cinquième note.** La moyenne des cinq notes doit valoir 12 :

$$\frac{46 + x}{5} = 12$$

On multiplie par 5 : $46 + x = 60$, donc $x = 14$.

Vérification : $\frac{46 + 14}{5} = \frac{60}{5} = 12$ ✓

c) Pour une moyenne de 13 : $\frac{46 + x}{5} = 13$, donc $46 + x = 65$ et $x = 19$. C'est possible,

puisque $19 \leq 20$.

La limite du procédé. Pour viser 14 de moyenne, il faudrait $x = 24$: impossible sur 20. Une note ne peut rattraper qu'un écart limité, et l'équation permet de dire exactement lequel.

Le piège du calcul. La barre de fraction encadre toute la somme : $\frac{46+x}{5}$ et non $\frac{46}{5} + x$. C'est la même vigilance que pour $\frac{x+3}{2}$.

Réponse. a) 11,5 — b) 14 — c) oui, avec 19.

Correction de l'exercice 11 - Le prix après remise

a) **Soit p le prix initial**, en euros. Après la première remise, le prix vaut $p - 15$. La seconde remise retire le quart de ce montant, il reste donc les trois quarts :

$$\frac{3}{4}(p - 15) = 68$$

b) On multiplie les deux membres par 4 : $3(p - 15) = 272$, puis on divise par 3 :

$$p - 15 = \frac{272}{3}$$

ce qui ne tombe pas juste. Reprenons en gardant la forme : $3p - 45 = 272$, donc $3p = 317$ et $p = \frac{317}{3} \approx 105,67$ €.

Vérification : $105,67 - 15 = 90,67$ €, dont les trois quarts valent 68 € ✓

Ce que le résultat indique. Le prix initial n'est pas un montant « rond », ce qui est inhabituel pour un prix affiché. Avec un prix de départ de 105 €, le prix final aurait été $\frac{3}{4} \times 90 = 67,50$ € — très proche des 68 € annoncés, probablement arrondis.

Le point de méthode. Retirer le quart, c'est garder les trois quarts : traduire la remise par ce qui **reste** évite une soustraction supplémentaire.

Réponse. a) $\frac{3}{4}(p - 15) = 68$ — b) $p = \frac{317}{3} \approx 105,67$ €.

Correction de l'exercice 12 - Le triangle et le rectangle

a) **Triangle :**

$$A_1 = \frac{x \times 8}{2} = 4x$$

Rectangle : $A_2 = 3x$.

b) L'équation $4x = 3x$ donne, en retranchant $3x$ aux deux membres :

$$x = 0$$

c) La seule solution est $x = 0$, qui ne correspond à **aucune figure** : une base nulle ne définit pas de triangle.

Interprétation. Pour toute base strictement positive, le triangle a une aire $4x$ **strictement supérieure** à celle du rectangle, $3x$. Les deux aires ne peuvent jamais coïncider.

Ce qu'il fallait voir avant de calculer. Le triangle a pour aire $\frac{8}{2} = 4$ fois sa base, le rectangle 3 fois la sienne. Comme les bases sont les mêmes, le triangle l'emporte toujours — l'équation ne fait que confirmer cette lecture.

La leçon. Une équation peut n'avoir qu'une solution mathématiquement correcte mais géométriquement vide. Conclure « $x = 0$ » sans commenter serait une réponse

incomplète.

Réponse. a) $4x$ et $3x$ — b) $x = 0$ — c) aucune figure possible, le triangle est toujours plus grand.

Correction de l'exercice 13 - Les deux parkings

a) **Parking A.** La première heure coûte 2 €, les $t - 1$ heures suivantes 1,50 € chacune :

$$P_A = 2 + 1,5(t - 1) = 2 + 1,5t - 1,5 = 0,5 + 1,5t$$

Parking B : $P_B = 3,5t$.

b) On résout $0,5 + 1,5t = 3,5t$. On retranche $1,5t$: $0,5 = 2t$, donc

$$t = 0,25 \text{ h}$$

soit 15 minutes — une durée inférieure à 1 heure, donc **hors du domaine** où la formule de A est valable.

c) Pour $t = 3$: $P_A = 0,5 + 4,5 = 5$ € et $P_B = 10,50$ €. **Le parking A est bien moins cher.**

La conclusion complète. Sur tout le domaine $t \geq 1$, le parking A est toujours plus avantageux : pour $t = 1$, $P_A = 2$ € contre 3,50 €, et l'écart se creuse ensuite de 2 € par heure.

Le point de méthode. La solution d'une équation doit être confrontée au domaine de validité du modèle : ici elle tombe en dehors, ce qui signifie qu'il n'y a pas de point d'équilibre réel.

Réponse. a) $0,5 + 1,5t$ et $3,5t$ — b) $t = 0,25$ h, hors domaine — c) le parking A (5 € contre 10,50 €).

Correction de l'exercice 14 - La tirelire

a) **Soit x le nombre de pièces de 2 €.** Il y a alors $x + 8$ pièces de 1 €. La valeur totale s'écrit

$$2x + 1 \times (x + 8) = 47$$

b) On réduit : $2x + x + 8 = 47$, soit $3x + 8 = 47$, donc $3x = 39$ et $x = 13$.

Il y a 13 pièces de 2 € et $13 + 8 = 21$ pièces de 1 €.

Vérification : $13 \times 2 + 21 \times 1 = 26 + 21 = 47$ € ✓ et il y a bien 8 pièces de 1 € de plus ✓

Le piège de ce type de problème. Il faut distinguer le **nombre** de pièces et leur **valeur**. L'énoncé donne une information sur les nombres (8 de plus) et une sur les valeurs (47 € au total) : chacune doit être traduite avec le bon coefficient. Écrire $x + (x + 8) = 47$ reviendrait à compter 34 pièces au lieu de 47 €.

Le contrôle. La tirelire contient 34 pièces pour 47 € : une valeur moyenne d'environ 1,38 € par pièce, bien comprise entre 1 et 2 € ✓

Réponse. a) $2x + (x + 8) = 47$ — b) 13 pièces de 2 € et 21 de 1 €.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : la sortie au parc

a) **Soit x le prix d'une entrée**, en euros. La dépense totale est $25x + 180$:

$$25x + 180 = 530 \Rightarrow 25x = 350 \Rightarrow x = 14$$

Vérification : $25 \times 14 + 180 = 350 + 180 = 530$ € ✓ L'entrée coûte 14 €.

b) Le coût par élève vaut $\frac{530}{25} = 21,20$ €.

c) Avec 30 élèves : $30 \times 14 + 180 = 420 + 180 = 600$ €, soit $\frac{600}{30} = 20$ € par élève.

d) Chaque élève paie toujours son entrée à 14 €, plus une part du bus égale à $\frac{180}{n}$. Cette part **diminue** quand le groupe grandit : $\frac{180}{25} = 7,20$ € contre $\frac{180}{30} = 6$ €.

$$\text{coût par élève} = 14 + \frac{180}{n}$$

Le bilan de la plaquette. L'équation a servi à retrouver une donnée manquante ; l'expression littérale a ensuite permis de raisonner sur toutes les tailles de groupe. Mettre en équation, c'est d'abord se donner les moyens de répondre à plusieurs questions à la fois.

Réponse. a) $25x + 180 = 530$, $x = 14$ € — b) 21,20 € — c) 600 € et 20 € — d) le bus se partage entre plus d'élèves.