

Plaquette 3 - Pourcentages et évolutions

Proportionnalité — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Définition.

$$p\% = \frac{p}{100} \quad \text{donc} \quad p\% \text{ de } N = \frac{p}{100} \times N$$

Trouver un pourcentage. Si une partie a est prise sur un total N :

$$p = \frac{a}{N} \times 100$$

Les coefficients multiplicateurs.

Évolution	Coefficient
augmentation de $p\%$	$1 + \frac{p}{100}$
diminution de $p\%$	$1 - \frac{p}{100}$
+20%	$\times 1,2$
-15%	$\times 0,85$

Deux évolutions successives se multiplient, elles ne s'additionnent pas :

$$+20\% \text{ puis } -20\% = \times 1,2 \times 0,8 = \times 0,96$$

soit une **baisse** finale de 4%.

Retrouver la valeur de départ. On divise par le coefficient :

$$\text{valeur initiale} = \frac{\text{valeur finale}}{\text{coefficient}}$$

Le repère qui évite les pires erreurs. Un pourcentage se rapporte toujours à une référence : la préciser à voix haute — « 15% **de quoi** ? » — avant de calculer.

Correction de l'exercice 1 - Calculer un pourcentage

La règle du cours.

$$p\% \text{ de } N = \frac{p}{100} \times N$$

a) $\frac{25}{100} \times 80 = 0,25 \times 80 = 20$. (Prendre 25%, c'est prendre le quart.)

b) $\frac{12}{100} \times 350 = 0,12 \times 350 = 42$.

c) $0,075 \times 240 = 18$. On peut aussi calculer $\frac{240 \times 7,5}{100} = \frac{1800}{100} = 18$.

d) $1,5 \times 60 = 90$. Un pourcentage supérieur à 100 donne un résultat **plus grand** que la quantité de départ : c'est possible, par exemple pour une hausse de prix.

Les pourcentages à connaître de tête. 50% c'est la moitié, 25% le quart, 10% le dixième, 1% le centième. Beaucoup de calculs s'en déduisent : 12% de 350, c'est 10% (35) plus 2% (7), soit 42 ✓

Réponse. a) 20 — b) 42 — c) 18 — d) 90.

Correction de l'exercice 2 - Trouver le pourcentage

La règle.

$$p = \frac{\text{partie}}{\text{total}} \times 100$$

a) $\frac{15}{25} \times 100 = 0,6 \times 100 = 60\%$ de filles.

b) $\frac{68}{80} \times 100 = 0,85 \times 100 = 85\%$ de réussite.

c) La réduction porte sur le prix initial :

$$\frac{8}{50} \times 100 = 0,16 \times 100 = 16\%$$

Le point crucial de c). Le dénominateur est le prix **initial**, 50 €, et non le prix final 42 €. Diviser par 42 donnerait environ 19%, ce qui serait faux : un taux de réduction se calcule toujours par rapport au prix de départ.

Le contrôle en a). 60% de filles signifie 40% de garçons, soit 10 élèves ✓ et $15 + 10 = 25$ ✓ Vérifier que les pourcentages totalisent 100 est un contrôle gratuit.

Réponse. a) 60% — b) 85% — c) 16%.

Correction de l'exercice 3 - Augmenter un prix

a) La hausse vaut $0,15 \times 80 = 12$ €, donc le nouveau prix est $80 + 12 = 92$ €.

b) **En une seule opération**, avec le coefficient multiplicateur :

$$1 + \frac{15}{100} = 1,15 \quad 80 \times 1,15 = 92 \text{ €}$$

c) Coefficient 1,40 : $80 \times 1,40 = 112$ €.

Pourquoi le coefficient multiplicateur est préférable. Il donne le résultat en une opération et, surtout, il se compose : deux hausses successives se traitent en multipliant les coefficients, ce que la méthode en deux étapes rend vite pénible.

Le contrôle de bon sens. Une hausse donne un coefficient **supérieur à 1** : 1,15 et 1,40. Un coefficient inférieur à 1 signalerait une erreur de sens.

Réponse. a) 12 € de hausse, 92 € — b) $80 \times 1,15$ — c) 112 €.

Correction de l'exercice 4 - Baisser un prix

a) **Coefficient multiplicateur :**

$$1 - \frac{30}{100} = 0,70 \quad 140 \times 0,70 = 98 \text{ €}$$

b) Le coefficient est 0,75, et le prix soldé est connu : on **divise**.

$$\frac{120}{0,75} = 160 \text{ €}$$

Vérification : $160 \times 0,75 = 120$ € ✓

c) **Premier manteau :** baisse de $140 - 98 = 42$ €. **Second :** baisse de $160 - 120 = 40$ €. C'est le premier qui baisse le plus, de 2 € d'écart.

Le piège du b). On est tenté de calculer 25% de 120 € et de l'ajouter, ce qui donnerait 150 €. Faux : le pourcentage porte sur le prix **initial**, inconnu. Il faut diviser par le coefficient, pas appliquer le pourcentage au prix final.

Le contrôle. $150 \times 0,75 = 112,50 \text{ €} \neq 120 \text{ €}$: la méthode fautive se réfute en une ligne.

Réponse. a) 98 € — b) 160 € — c) le premier (42 € contre 40 €).

Correction de l'exercice 5 - Deux évolutions successives

a) **Après la hausse** : $200 \times 1,10 = 220 \text{ €}$.

Après la baisse : $220 \times 0,90 = 198 \text{ €}$.

b) **Non** : 198 € est inférieur à 200 €. Le prix a perdu 2 €.

c) Le coefficient global est le **produit** des deux coefficients :

$$1,10 \times 0,90 = 0,99$$

Ce qui correspond à une **baisse de 1%**.

Vérification : $200 \times 0,99 = 198 \text{ €}$ ✓

L'explication. La hausse de 10% porte sur 200 € et vaut 20 € ; la baisse de 10% porte sur 220 € et vaut 22 €. Les deux pourcentages sont égaux, mais pas les références — donc pas les montants.

La règle à retenir. Les taux ne s'additionnent jamais : ce sont les **coefficients** qui se multiplient. Ici +10% puis -10% ne donne pas 0%, mais -1%.

Réponse. a) 220 € puis 198 € — b) non — c) baisse de 1% ($\times 0,99$).

Correction de l'exercice 6 - L'erreur de Sami

a) **Après la hausse** : $60 \times 1,5 = 90 \text{ €}$. **Après la baisse** : $90 \times 0,5 = 45 \text{ €}$.

Le prix final est 45 €, soit 15 € de **moins** que le prix de départ : Sami a tort.

b) Le coefficient global vaut

$$1,5 \times 0,5 = 0,75$$

soit une **baisse de 25%** sur l'ensemble.

c) Pour revenir de 90 € à 60 €, il faut un coefficient de $\frac{60}{90} = \frac{2}{3} \approx 0,667$, soit une baisse d'environ

$$100 - 66,7 = 33,3\%$$

Vérification : $90 \times \frac{2}{3} = 60 \text{ €}$ ✓

La règle générale. Annuler une hausse de $p\%$ demande une baisse **inférieure** à $p\%$ en taux, parce qu'elle s'applique à une base plus grande. Après +50%, il faut -33,3% ; après +100%, il faut -50%.

Réponse. a) 45 € et non 60 € — b) $\times 0,75$, soit -25% — c) environ -33,3%.

Correction de l'exercice 7 - Retrouver le prix initial

La méthode. On divise la valeur finale par le coefficient multiplicateur.

$$\text{valeur initiale} = \frac{\text{valeur finale}}{\text{coefficient}}$$

a) Coefficient 1,20 :

$$\frac{720}{1,20} = 600 \text{ €}$$

Vérification : $600 \times 1,2 = 720 \text{ €}$ ✓

b) Coefficient 0,60 : $\frac{54}{0,60} = 90$ €. **Vérification** : $90 \times 0,6 = 54$ € ✓

c) Coefficient 1,05 : $\frac{2226}{1,05} = 2120$ €. **Vérification** : $2120 \times 1,05 = 2226$ € ✓

L'erreur à éviter en a). Retirer 20% de 720 € donnerait 576 €, ce qui est faux : les 20% portaient sur le loyer **initial** de 600 €, pas sur le loyer final. La division par le coefficient est le seul chemin correct.

Réponse. a) 600 € — b) 90 € — c) 2120 €.

Correction de l'exercice 8 - La TVA

a) Le prix TTC s'obtient en ajoutant la TVA, donc en multipliant par 1,20 :

$$250 \times 1,20 = 300 \text{ €}$$

b) On divise par le coefficient :

$$\frac{96}{1,20} = 80 \text{ €}$$

La TVA vaut donc $96 - 80 = 16$ €.

c) La TVA représente

$$\frac{16}{96} \times 100 \approx 16,7\%$$

du prix TTC.

Pourquoi 16,7% et non 20%. Les 20% se calculent sur le prix **hors taxes** ; rapportée au prix TTC, la même somme représente une part plus petite, puisque le dénominateur est plus grand. C'est la même mécanique que les évolutions successives : tout dépend de la référence.

Le contrôle : $\frac{16}{80} \times 100 = 20\%$ ✓ du prix HT, comme annoncé.

Réponse. a) 300 € — b) 80 € HT — c) environ 16,7% du TTC.

Correction de l'exercice 9 - Un pourcentage d'un pourcentage

a) $0,45 \times 600 = 270$ élèves.

b) Les latinistes sont 20% **des** 270, pas du collège :

$$0,20 \times 270 = 54 \text{ élèves}$$

c) Rapporté au collège entier :

$$\frac{54}{600} \times 100 = 9\%$$

Le chemin direct. On peut multiplier les deux proportions :

$$0,45 \times 0,20 = 0,09 = 9\%$$

puis $0,09 \times 600 = 54$ ✓

L'erreur à ne pas commettre. Additionner 45% et 20% pour obtenir 65% n'a aucun sens : les deux pourcentages ne portent pas sur la même référence. Prendre une part d'une part, c'est **multiplier** — exactement comme pour les fractions.

Réponse. a) 270 élèves — b) 54 élèves — c) 9% du collège.

Correction de l'exercice 10 - La répartition du budget

a) Le total doit faire 100% :

$$100 - (35 + 22 + 18) = 100 - 75 = 25\%$$

b) On applique chaque pourcentage à 2400 € :

- logement : $0,35 \times 2400 = 840$ € ;
- alimentation : $0,22 \times 2400 = 528$ € ;
- transports : $0,18 \times 2400 = 432$ € ;
- loisirs : $0,25 \times 2400 = 600$ €.

c) **Contrôle** : $840 + 528 + 432 + 600 = 2400$ € ✓ La somme redonne exactement le budget.

Le double contrôle. Les pourcentages totalisent 100% **et** les montants totalisent le budget. Les deux vérifications sont équivalentes, mais la seconde détecte en plus une erreur de multiplication.

Le repère de tête. 25% c'est le quart : 600 € pour les loisirs se vérifie sans calculatrice, puisque $2400 \div 4 = 600$ ✓

Réponse. a) 25% — b) 840, 528, 432 et 600 € — c) total 2400 € ✓

Correction de l'exercice 11 - Deux offres promotionnelles

a) Le premier article coûte 45 €, le second $45 \times 0,70 = 31,50$ €. Total :

$$45 + 31,50 = 76,50 \text{ €}$$

b) Sans offre, deux articles coûteraient 90 €. La réduction vaut $90 - 76,50 = 13,50$ €, soit

$$\frac{13,50}{90} \times 100 = 15\%$$

c) L'offre « -15% sur tout » donne $90 \times 0,85 = 76,50$ € : **exactement le même prix.**

Pourquoi les deux offres coïncident. -30% sur un article sur deux revient à -30% sur la moitié du total, soit -15% sur l'ensemble. C'est le même raisonnement que la moyenne : une remise appliquée à la moitié des achats se dilue de moitié.

L'intérêt commercial. « -30% » impressionne davantage que « -15% » alors que le client paie le même prix. Savoir calculer permet de ne pas s'y tromper.

Réponse. a) 76,50 € — b) 15% — c) prix identique.

Correction de l'exercice 12 - Calculer un taux d'évolution

La méthode. On calcule le coefficient multiplicateur, puis on le traduit en taux.

$$\text{coefficient} = \frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}}$$

a) $\frac{75}{60} = 1,25$, soit une **hausse de 25%**.

b) $\frac{7560}{8400} = 0,90$, soit une **baisse de 10%**.

c) $\frac{30}{12} = 2,5$, soit une **hausse de 150%**. Le prix a été multiplié par 2,5, c'est-à-dire qu'il a augmenté de 1,5 fois sa valeur initiale.

Le piège de c). Un coefficient de 2,5 ne correspond pas à +250% : il faut retrancher 1 avant de convertir. La hausse est de $2,5 - 1 = 1,5$, soit 150%.

Le contrôle : $12 \times 1,5 = 18$ € de hausse, et $12 + 18 = 30$ € ✓

Réponse. a) +25% — b) -10% — c) +150%.

Correction de l'exercice 13 - La population du village

a) **Après un an** : $1250 \times 1,08 = 1350$ habitants.

Après deux ans : $1350 \times 0,95 = 1282,5$, soit environ 1283 **habitants** (une population est un nombre entier).

b) Le coefficient global est le produit :

$$1,08 \times 0,95 = 1,026$$

soit une hausse globale de 2,6%.

c) Le village a **gagné** des habitants : $1283 - 1250 = 33$ de plus.

Vérification : $1250 \times 1,026 = 1282,5$ ✓

La lecture des deux taux. +8% puis -5% ne font pas +3%, mais +2,6% : la baisse porte sur une population déjà plus nombreuse, donc elle retire plus d'habitants qu'elle n'en aurait retiré au départ. C'est toujours dans ce sens que l'écart joue.

Réponse. a) 1350 puis environ 1283 — b) $\times 1,026$ — c) gagné 33 habitants.

Correction de l'exercice 14 - Le solde du solde

a) **Première démarque** : $200 \times 0,80 = 160$ €.

Seconde démarque : $160 \times 0,70 = 112$ €.

b) Le coefficient global vaut

$$0,80 \times 0,70 = 0,56$$

soit une réduction globale de $100 - 56 = 44\%$, et non 50%.

Vérification : $200 \times 0,56 = 112$ € ✓

c) Une remise unique de 50% donnerait $200 \times 0,50 = 100$ €, soit 12 € de **moins**. Elle serait donc plus avantageuse pour le client.

Pourquoi les démarques successives déçoivent. La seconde remise porte sur un prix déjà diminué : 30% de 160 € valent 48 €, alors que 30% de 200 € auraient valu 60 €. Deux remises de 20% et 30% ne font jamais 50% — elles font toujours moins.

Réponse. a) 160 € puis 112 € — b) -44% — c) oui, -50% donnerait 100 €.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : le magasin de sport

a) $90 \times 1,20 = 108$ €.

b) $108 \times 0,75 = 81$ €.

c) Le coefficient global vaut

$$1,20 \times 0,75 = 0,90$$

Le client paie donc 90% du prix hors taxes.

Vérification : $90 \times 0,90 = 81$ € ✓

d) **Non.** Dans l'autre ordre : remise d'abord, $90 \times 0,75 = 67,50$ €, puis TVA, $67,50 \times 1,20 = 81$ €. Même résultat.

C'est normal : le coefficient global est un produit, et un produit ne dépend pas de l'ordre des facteurs :

$$1,20 \times 0,75 = 0,75 \times 1,20$$

Le bilan de la plaquette. Les taux ne s'additionnent pas, les coefficients se multiplient — et comme la multiplication est commutative, l'ordre des évolutions n'a aucune

importance sur le résultat final.

Réponse. a) 108 € — b) 81 € — c) 90% du prix HT — d) non, l'ordre est indifférent.