

Plaquette 4 - Vitesses, débits et grandeurs composées

Proportionnalité — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Vitesse moyenne.

$$v = \frac{d}{t} \quad d = v \times t \quad t = \frac{d}{v}$$

Le triangle des unités. Si d est en kilomètres et t en heures, v est en km/h. Les trois grandeurs doivent être cohérentes.

Durées décimales. Une durée en heures et minutes se convertit en divisant les minutes par 60 :

Durée	En heures
1 h 30	1,5 h
1 h 15	1,25 h
2 h 45	2,75 h
0 h 20	$\frac{1}{3}$ h

Conversion km/h vers m/s. On divise par 3,6, puisque $1 \text{ km/h} = \frac{1000}{3600} \text{ m/s}$:

$$90 \text{ km/h} = \frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s}$$

Débit. Même structure : $D = \frac{V}{t}$, en litres par minute, en mégaoctets par seconde, en pièces par heure.

Attention à la moyenne. La vitesse moyenne d'un trajet n'est **pas** la moyenne des vitesses : c'est la distance **totale** divisée par la durée **totale**.

$$v_{\text{moy}} = \frac{d_{\text{totale}}}{t_{\text{totale}}}$$

Correction de l'exercice 1 - Calculer une vitesse

La formule du cours.

$$v = \frac{d}{t}$$

a) $v = \frac{420}{3} = 140 \text{ km/h}$.

b) La durée doit être en heures : $40 \text{ min} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \text{ h}$. Donc

$$v = \frac{8}{\frac{2}{3}} = 8 \times \frac{3}{2} = 12 \text{ km/h}$$

c) $30 \text{ min} = 0,5 \text{ h}$, donc $v = \frac{9}{0,5} = 18 \text{ m/h}$.

L'erreur classique en b). Diviser 8 par 40 donnerait 0,2, qui n'est ni des km/h ni rien de sensé. La durée doit impérativement être convertie dans l'unité de la vitesse cherchée.

Le contrôle de vraisemblance. 140 km/h pour un train, 12 km/h pour un coureur, 18 m/h pour un escargot : les trois ordres de grandeur sont crédibles ✓

Réponse. a) 140 km/h — b) 12 km/h — c) 18 m/h.

Correction de l'exercice 2 - Calculer une distance

La formule.

$$d = v \times t$$

a) 2 h 30 = 2,5 h, donc $d = 110 \times 2,5 = 275$ km.

b) 45 min = 0,75 h, donc

$$d = 850 \times 0,75 = 637,5 \text{ km}$$

c) 1 h 20 = $1 + \frac{20}{60} = \frac{4}{3}$ h, donc

$$d = 4,5 \times \frac{4}{3} = 6 \text{ km}$$

Le piège des durées. 2 h 30 vaut 2,5 h et non 2,30 h : la partie décimale se calcule en divisant les minutes par 60. Avec 2,30, on trouverait 253 km, soit 22 km d'erreur.

Le contrôle de tête en c). 4,5 km/h pendant une heure font 4,5 km ; il reste un tiers d'heure, soit 1,5 km. Total 6 km ✓

Réponse. a) 275 km — b) 637,5 km — c) 6 km.

Correction de l'exercice 3 - Calculer une durée

La formule.

$$t = \frac{d}{v}$$

a) $t = \frac{240}{80} = 3$ heures.

b) $t = \frac{15}{12} = 1,25$ h. La partie décimale se convertit en minutes :

$$0,25 \times 60 = 15 \text{ min}$$

soit 1 h 15 min.

c) $t = \frac{500}{1,2} \approx 417$ secondes, soit environ 6 min 57 s (car $417 = 6 \times 60 + 57$).

La conversion dans l'autre sens. Pour passer d'une durée décimale à des minutes, on multiplie la partie après la virgule par 60 : 1,25 h → 15 min, 2,75 h → 45 min, 0,1 h → 6 min.

La cohérence des unités en c). La vitesse est en m/s et la distance en mètres : la durée sort donc en **secondes**. Si la vitesse avait été en km/h, il aurait fallu convertir les 500 m en 0,5 km.

Réponse. a) 3 h — b) 1 h 15 min — c) environ 6 min 57 s.

Correction de l'exercice 4 - Des km/h aux m/s

La règle. $1 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$, donc on divise par 3,6 pour passer des km/h aux m/s, et on multiplie par 3,6 dans l'autre sens.

a) $\frac{72}{3,6} = 20$ m/s.

b) $15 \times 3,6 = 54$ km/h.

c) Le guépard : $30 \times 3,6 = 108 \text{ km/h}$. C'est donc **plus rapide** que la voiture à 100 km/h .
 $30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/h} > 100 \text{ km/h}$

D'où vient le 3,6. En une heure, un mobile à 1 m/s parcourt 3600 m , soit $3,6 \text{ km}$: il roule donc à $3,6 \text{ km/h}$. Retrouver ce raisonnement évite de se tromper de sens.

Le contrôle de sens. Le nombre en km/h est toujours **plus grand** que celui en m/s , puisqu'une heure contient beaucoup de secondes. Trouver $72 \text{ km/h} = 259 \text{ m/s}$ signifierait une multiplication au lieu d'une division.

Réponse. a) 20 m/s — b) 54 km/h — c) oui, 108 km/h .

Correction de l'exercice 5 - L'erreur de Léna

a) **Première partie :** $t_1 = \frac{30}{30} = 1 \text{ h}$. **Seconde partie :** $t_2 = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ h}$.

b) La vitesse moyenne est la distance **totale** divisée par la durée **totale** :

$$v_{\text{moy}} = \frac{30 + 30}{1 + 1,5} = \frac{60}{2,5} = 24 \text{ km/h}$$

c) Léna a fait la moyenne des deux vitesses, ce qui supposerait que le cycliste passe **autant de temps** à chaque allure. Or il roule 1 h à 30 km/h et $1 \text{ h } 30$ à 20 km/h : la vitesse lente pèse davantage, donc la moyenne est tirée vers le bas.

La règle. La vitesse moyenne n'est jamais la moyenne des vitesses, sauf si les **durées** sont égales. À distances égales, la moyenne réelle est toujours **inférieure** à la moyenne des vitesses.

Le contrôle : $24 < 25$ ✓ conforme à cette règle.

Réponse. a) 1 h et $1 \text{ h } 30$ — b) 24 km/h — c) les durées ne sont pas égales.

Correction de l'exercice 6 - Le débit de la pompe

a) $1 \text{ h } 15 = 75 \text{ minutes}$. Le débit vaut

$$D = \frac{4500}{75} = 60 \text{ L/min}$$

b) $20 \times 60 = 1200 \text{ L}$.

c) $\frac{6000}{60} = 100 \text{ minutes}$, soit $1 \text{ h } 40 \text{ min}$.

Vérification : $100 \times 60 = 6000 \text{ L}$ ✓

La structure identique à la vitesse. Le débit est à un volume ce que la vitesse est à une distance :

$$D = \frac{V}{t} \quad V = D \times t \quad t = \frac{V}{D}$$

Les trois formules se déduisent l'une de l'autre exactement de la même façon.

Le choix de l'unité. Exprimer le débit en litres par **minute** plutôt que par heure évite ici les décimales : en L/h il vaudrait 3600 L/h , correct mais moins parlant pour des durées de quelques dizaines de minutes.

Réponse. a) 60 L/min — b) 1200 L — c) $1 \text{ h } 40 \text{ min}$.

Correction de l'exercice 7 - La facture d'électricité

a) $2000 \text{ W} = 2 \text{ kW}$. L'énergie est le produit de la puissance par la durée :

$$E = 2 \times 5 = 10 \text{ kWh par jour}$$

b) Le coût est proportionnel à l'énergie :

$$10 \times 0,22 = 2,20 \text{ € par jour}$$

c) $30 \times 2,20 = 66 \text{ €}$.

La chaîne de proportionnalités. Énergie proportionnelle à la durée, coût proportionnel à l'énergie : le coût est donc proportionnel à la durée d'utilisation, avec un coefficient de $2 \times 0,22 = 0,44 \text{ € par heure}$.

Le contrôle : 30 jours $\times 5 \text{ h} = 150 \text{ h}$, et $150 \times 0,44 = 66 \text{ €}$ ✓

Le sens du kilowattheure. C'est l'énergie consommée par un appareil de 1 kW pendant 1 h. L'unité est construite comme un produit, ce qui explique pourquoi on multiplie puissance et durée.

Réponse. a) 10 kWh — b) 2,20 € — c) 66 €.

Correction de l'exercice 8 - Le téléchargement

a) 1,8 Go = 1800 Mo et 4 min = 240 s. Le débit vaut

$$D = \frac{1800}{240} = 7,5 \text{ Mo/s}$$

b) $t = \frac{450}{7,5} = 60 \text{ secondes}$, soit 1 minute.

c) 10 min = 600 s, donc

$$V = 600 \times 7,5 = 4500 \text{ Mo} = 4,5 \text{ Go}$$

Le contrôle de proportionnalité. 10 min, c'est 2,5 fois 4 min : la taille devait être 2,5 fois 1,8 Go, soit 4,5 Go ✓

L'hypothèse du modèle. Le calcul suppose un débit **constant**, ce qui n'est jamais tout à fait vrai : un téléchargement ralentit quand le réseau est chargé. La proportionnalité donne une estimation, pas une garantie — c'est d'ailleurs pourquoi le temps restant affiché par un navigateur varie sans cesse.

Réponse. a) 7,5 Mo/s — b) 1 minute — c) 4,5 Go.

Correction de l'exercice 9 - L'orage

a) On applique la formule de la distance :

$$d = v \times t = 340 \times 6 = 2040 \text{ m} \approx 2 \text{ km}$$

b) $d = 340 \times 15 = 5100 \text{ m}$, soit environ 5,1 km.

c) La lumière se propage à environ 300 000 km/s. Pour 2 km, elle met

$$t = \frac{2}{300\,000} \approx 0,0000067 \text{ s}$$

soit moins d'un cent-millième de seconde : c'est totalement négligeable devant les 6 secondes du son.

La règle pratique bien connue. 340 m/s, c'est un peu plus de 3 secondes par kilomètre. On peut donc diviser le nombre de secondes par 3 pour obtenir la distance en kilomètres : $6 \div 3 = 2 \text{ km}$ ✓ et $15 \div 3 = 5 \text{ km}$, très proche des 5,1 km calculés.

Ce que l'exercice montre. Une approximation est légitime quand l'ordre de grandeur de l'erreur est mille fois plus petit que celui du résultat.

Réponse. a) environ 2 km — b) environ 5,1 km — c) le trajet de la lumière dure moins d'un cent-millième de seconde.

Correction de l'exercice 10 - Le trajet en deux temps

a) **Autoroute** : $t_1 = \frac{90}{120} = 0,75 \text{ h} = 45 \text{ min.}$

Route : $t_2 = \frac{40}{80} = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ min.}$

b) Durée totale : $0,75 + 0,5 = 1,25 \text{ h}$, soit 1 h 15 min.

c) La vitesse moyenne est le quotient des totaux :

$$v_{\text{moy}} = \frac{90 + 40}{1,25} = \frac{130}{1,25} = 104 \text{ km/h}$$

Le contrôle. La vitesse moyenne est comprise entre 80 et 120 km/h ✓ et plus proche de 120, ce qui est logique : l'automobiliste a passé plus de temps sur autoroute (45 min contre 30 min).

L'erreur à éviter. La moyenne des deux vitesses vaudrait 100 km/h : ce n'est pas le résultat, parce que les durées diffèrent. Seul le quotient distance totale sur durée totale donne la vraie vitesse moyenne.

Réponse. a) 45 min et 30 min — b) 1 h 15 min — c) 104 km/h.

Correction de l'exercice 11 - La cadence de l'atelier

a) $\frac{450}{3} = 150$ pièces par heure.

b) $7 \times 150 = 1050$ pièces.

c) Deux machines produisent $2 \times 150 = 300$ pièces par heure. Donc

$$t = \frac{1800}{300} = 6 \text{ heures}$$

Vérification : en 6 h, chaque machine produit 900 pièces, soit 1800 au total ✓

Deux proportionnalités emboîtées. La production est proportionnelle à la durée **et** au nombre de machines. Doubler le nombre de machines divise la durée par deux : avec une seule machine, il aurait fallu 12 heures.

Le contrôle de bon sens. Plus de machines, moins de temps : la durée doit diminuer. Trouver 12 h pour deux machines signifierait un oubli du doublement de la cadence.

Réponse. a) 150 pièces/h — b) 1050 pièces — c) 6 heures.

Correction de l'exercice 12 - Le prix au mètre

a) $\frac{9,6}{12} = 0,8$ kg par mètre.

b) $\frac{54}{12} = 4,50$ € par mètre.

c) **Étape 1** : on cherche la longueur correspondant à 6 kg :

$$\frac{6}{0,8} = 7,5 \text{ m}$$

Étape 2 : on calcule le prix de cette longueur :

$$7,5 \times 4,50 = 33,75 \text{ €}$$

Le chemin direct. Le prix au kilogramme vaut $\frac{54}{9,6} = 5,625$ € /kg, donc

$6 \times 5,625 = 33,75$ € ✓ Les deux chemins concordent.

Pourquoi trois grandeurs sont proportionnelles entre elles. Longueur, masse et prix

varient toutes ensemble : connaître un couple de coefficients suffit à relier n'importe lesquelles des trois. C'est la structure de tout le chapitre.

Réponse. a) 0,8 kg/m — b) 4,50 €/m — c) 33,75 €.

Correction de l'exercice 13 - Le train rattrape le camion

a) En 30 min = 0,5 h, le camion parcourt

$$70 \times 0,5 = 35 \text{ km}$$

C'est son avance au moment où la voiture démarre.

b) La voiture gagne $105 - 70 = 35$ km chaque heure sur le camion.

c) Il faut combler 35 km à raison de 35 km par heure :

$$t = \frac{35}{35} = 1 \text{ heure}$$

Vérification. Au bout d'une heure de route pour la voiture, celle-ci a parcouru 105 km. Le camion, lui, roule depuis 1 h 30 et a parcouru $70 \times 1,5 = 105$ km ✓ Ils sont au même endroit.

Le raisonnement clé. On ne compare pas les distances parcourues, mais l'écart entre les deux véhicules : il diminue à la vitesse de la différence. C'est cette vitesse relative qui gouverne tous les problèmes de rattrapage.

Réponse. a) 35 km — b) 35 km par heure — c) au bout d'1 heure, à 105 km du départ.

Correction de l'exercice 14 - Le marathon

a) 3 h 30 = 3,5 h, donc

$$v = \frac{42,195}{3,5} \approx 12,06 \text{ km/h}$$

b) L'allure est la durée par kilomètre, c'est-à-dire l'inverse de la vitesse. En minutes :

$$\frac{210}{42,195} \approx 4,98 \text{ min/km}$$

soit environ 4 min 59 s au kilomètre.

c) Un semi-marathon fait la moitié de la distance, soit 21,0975 km. À allure constante, la durée est la moitié :

$$\frac{3,5}{2} = 1,75 \text{ h} = 1 \text{ h } 45 \text{ min}$$

Vitesse et allure, deux façons de dire la même chose. La vitesse (12,06 km/h) et l'allure (4,98 min/km) sont deux coefficients inverses l'un de l'autre, aux conversions d'unités près :

$$\frac{60}{12,06} \approx 4,98$$

Les coureurs préfèrent l'allure, plus facile à tenir en course ; les cyclistes préfèrent la vitesse.

Réponse. a) environ 12,06 km/h — b) environ 4 min 59 s/km — c) 1 h 45 min.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : la traversée

a) $t = \frac{135}{30} = 4,5$ h, soit 4 h 30 min.

b) La consommation est proportionnelle à la durée :

$$\frac{900}{4,5} = 200 \text{ L/h}$$

c) Rapportée à la distance :

$$\frac{900 \times 100}{135} \approx 667 \text{ L/100 km}$$

d) Dix traversées consomment 9000 L, donc

$$9000 \times 0,95 = 8550 \text{ €}$$

Le contrôle croisé entre b) et c). À 30 km/h, parcourir 100 km demande $\frac{100}{30} \approx 3,33$ h, donc $3,33 \times 200 \approx 667$ L ✓ Les deux façons d'exprimer la consommation sont cohérentes.

Le bilan de la plaquette. Durée, consommation, coût : trois grandeurs proportionnelles à la distance. Une fois les coefficients établis, toute question se répond par une multiplication ou une division — à condition de vérifier les unités à chaque étape.

Réponse. a) 4 h 30 — b) 200 L/h — c) environ 667 L/100 km — d) 8550 €.